بسم الله الرحمن الرحيم

٩

الجُزءُ الأَوَّل

دولــة فلسطين

وزارة التربية والتعليم

الرياضيات

فريق التأليف:

قيس شبانة «منسقاً»

أشجان جبر

أماني الأخضر

محمد غانم

هاشم أبو بكر

جهاد ابو جاسر

عماد جمعة

مركز المناهج

نسرين دويكات

قررت وزارة التربية والتعليم في دولة فلسطين

تدريس هذا الكتاب في مدارسها بدءاً من العام الدراسي ٢٠١٧/ ٢٠١٨ م

الإشراف العام

رئيس لجنة المناهج	**د. صبري صيدم**
نائب رئيس لجنة المناهج	**د. بصري صالح**
رئيس مركز المناهج	**أ. ثروت زيد**

الدائرة الفنية

الإشراف الإداري	**أ. كمال فحماوي**
التصميم الفني	**عبد الناصر أبوشوشة**
التحكيم العلمي	**د. نبيل الجندي**
مراجعة	**د. سعيد عساف**
التحرير اللغوي	**رائد شريدة**
الرسومات	**سالم نعيم**
المتابعة للمحافظات الجنوبية	**د. سمية النخالة**

الطبعة الثانية

٢٠١٩ م/ ١٤٤٠ هـ

دولة فلسطين

وزارة التربية والتعليم

مركز المناهج

حي الماصيون، شارع المعاهد

ص. ب 719 – رام الله – فلسطين

pcdc.mohe@gmail.com | pcdc.edu.ps

mohe.ps | mohe.pna.ps | moehe.gov.ps

.com/MinistryOfEducationWzartAltrbytWaltlym

+970-2-2983280 هاتف | +970-2-2983250 فاكس

تـقـديـم

يتصف الإصلاح التربوي بأنه المدخل العقلاني العلمي النابع من ضرورات الحالة، المستند إلى واقعية النشأة، الأمر الذي انعكس على الرؤية الوطنية المطورة للنظام التعليمي الفلسطيني في محاكاة الخصوصية الفلسطينية والاحتياجات الاجتماعية، والعمل على إرساء قيم تعزز مفهوم المواطنة والمشاركة في بناء دولة القانون، من خلال عقد اجتماعي قائم على الحقوق والواجبات، يتفاعل المواطن معها، ويعي تراكيبها وأدواتها، ويسهم في صياغة برنامج إصلاح يحقق الآمال، ويلامس الأماني، ويرنو لتحقيق الغايات والأهداف.

ولما كانت المناهج أداة التربية في تطوير المشهد التربوي، بوصفها علماً له قواعده ومفاهيمه، فقد جاءت ضمن خطة متكاملة عالجت أركان العملية التعليمية التعلمية بجميع جوانبها، بما يسهم في تجاوز تحديات النوعية بكل اقتدار، والإعداد لجيل قادر على مواجهة متطلبات عصر المعرفة، دون التورط بإشكالية التشتت بين العولمة والبحث عن الأصالة والانتماء، والانتقال إلى المشاركة الفاعلة في عالم يكون العيش فيه أكثر إنسانية وعدالة، وينعم بالرفاهية في وطن نحمله ونعظمه.

ومن منطلق الحرص على تجاوز نمطية تلقّي المعرفة، وصولاً لما يجب أن يكون من إنتاجها، وباستحضار واعٍ لعديد المنطلقات التي تحكم رؤيتنا للطالب الذي نريد، وللبنية المعرفية والفكريّة المتوخّاة، جاء تطوير المناهج الفلسطينية وفق رؤية محكومة بإطار قوامه الوصول إلى مجتمع فلسطيني ممتلك للقيم، والعلم، والثقافة، والتكنولوجيا، وتلبية المتطلبات الكفيلة بجعل تحقيق هذه الرؤية حقيقة واقعة، وهو ما كان له ليكون لولا التناغم بين الأهداف والغايات والمنطلقات والمرجعيات، فقد تآلفت وتكاملت؛ ليكون النتاج تعبيراً عن توليفة تحقق المطلوب معرفياً وتربوياً وفكرياً.

ثمّة مرجعيات تؤطّر لهذا التطوير، بما يعزّز أخذ جزئية الكتب المقررّة من المنهاج دورها المأمول في التأسيس؛ لتوازن إبداعي خلّاق بين المطلوب معرفياً، وفكرياً، ووطنياً، وفي هذا الإطار جاءت المرجعيات التي تم الاستناد إليها، وفي طليعتها وثيقة الاستقلال والقانون الأساسي الفلسطيني، بالإضافة إلى وثيقة المنهاج الوطني الأول؛ لتوجّه الجهد، وتعكس ذاتها على مجمل المخرجات.

ومع إنجاز هذه المرحلة من الجهد، يغدو إزجاء الشكر للطواقم العاملة جميعها؛ من فرق التأليف والمراجعة، والتدقيق، والإشراف، والتصميم، وللجنة العليا أقل ما يمكن تقديمه، فقد تجاوزنا مرحلة الحديث عن التطوير، ونحن واثقون من تواصل هذه الحالة من العمل.

وزارة التربية والتعليم

مـركـز الـمـنـاهـج الفلسطينية

آب / ٢٠١٧

تُعدّ مرحلة التمكين مرحلة تعليمية مهمة؛كونها تأتي محصلة للمعارف والمفاهيم التي اكتسبها الطلبة من مرحلة التهيئة، وهي مرحلة تبدأ من الصف الخامس، وتنتهي بالصف العاشر، يميل الطلبة خلال هذه المرحلة إلى الاستقلالية في التفكير، والبحث، والاستقصاء؛لذا ما ينبغي مراعاته إشراكهم في المناقشة، وحل المشكلات المطروحة التي يتمّ من خلالها بناء شخصية الطالب القادر على مجاراة التطور العلمي والتكنولوجي الهائل، في عالم مليء بالتغيرات التي تتطلب منه اكتساب روح المبادرة، والتكيف مع مستجدات العصر المتسارعة، بما يضمن له استكشاف المعارف، وفي هذه المرحلة أيضًا، يتمّ تقديم المحتوى التعليمي بقالب عصري؛ليكونَ امتدادًا للمحتوى الرياضي الذي تمّ في مرحلة التأسيس، ويستمرّ المنهاج المبني على الأنشطة أصلًا في ربط التعلم بالسياقات الحياتية بطريقة جاذبة محببة؛ لتكوين طالب متفاعل نشط، ينفّذ الأنشطة والتمارين المتنوعة المطلوبة منه.

تشكّل العملية التعليمية التعلمية في هذه المرحلة الركيزة الأساسية في تمكين الطالب من المفاهيم والمعارف والمهارات، وتوظيفها ضمن سياقات مناسبة، تقوم على حل مشكلات حياتية، ولا يكون ذلك إلا بالقيام بأنشطة محفّزة، ومثيرة للتفكير، تحاكي البيئة الفلسطينية في المجالات الاجتماعية، والاقتصادية، وغيرها، كما تمّ توظيف التكنولوجيا في تنفيذ هذه الأنشطة بطريقة سلسة جذابة، مع الأخذ بعين الاعتبار التدرج في مستوى الأنشطة، بما يتناسب ومستوياتِ الطلبة، والتعامل مع كل مستوى بما يضمن علاج الضعف، وصولًا لتنمية مهارات التفكير العليا لديهم.

تكوَّنَ هذا الكتاب من أربع وَحَداتٍ تعليمية، تناولت الوحدة الأولى: الأعداد الحقيقية والعمليات عليها، وبعض القواعد الأساسية في الأسس، أمّا الوَحْدَة الثانية،فتناولت العلاقات بأنواعها، وبعض أنواع الاقترانات؛ لتكون مقدمة للاقترانات بعموميّتها، وتناولت الوَحْدَة الثالثة الهندسة والقياس، حيث قدّمت المسافة بين نقطتين، ومعادلة الخط المستقيم، أمّا الوَحْدَة الرابعة (الإحصاء)، فتناولت مقاييس النزعة المركزية لجداول تَكرارية، والانحراف المعياري.

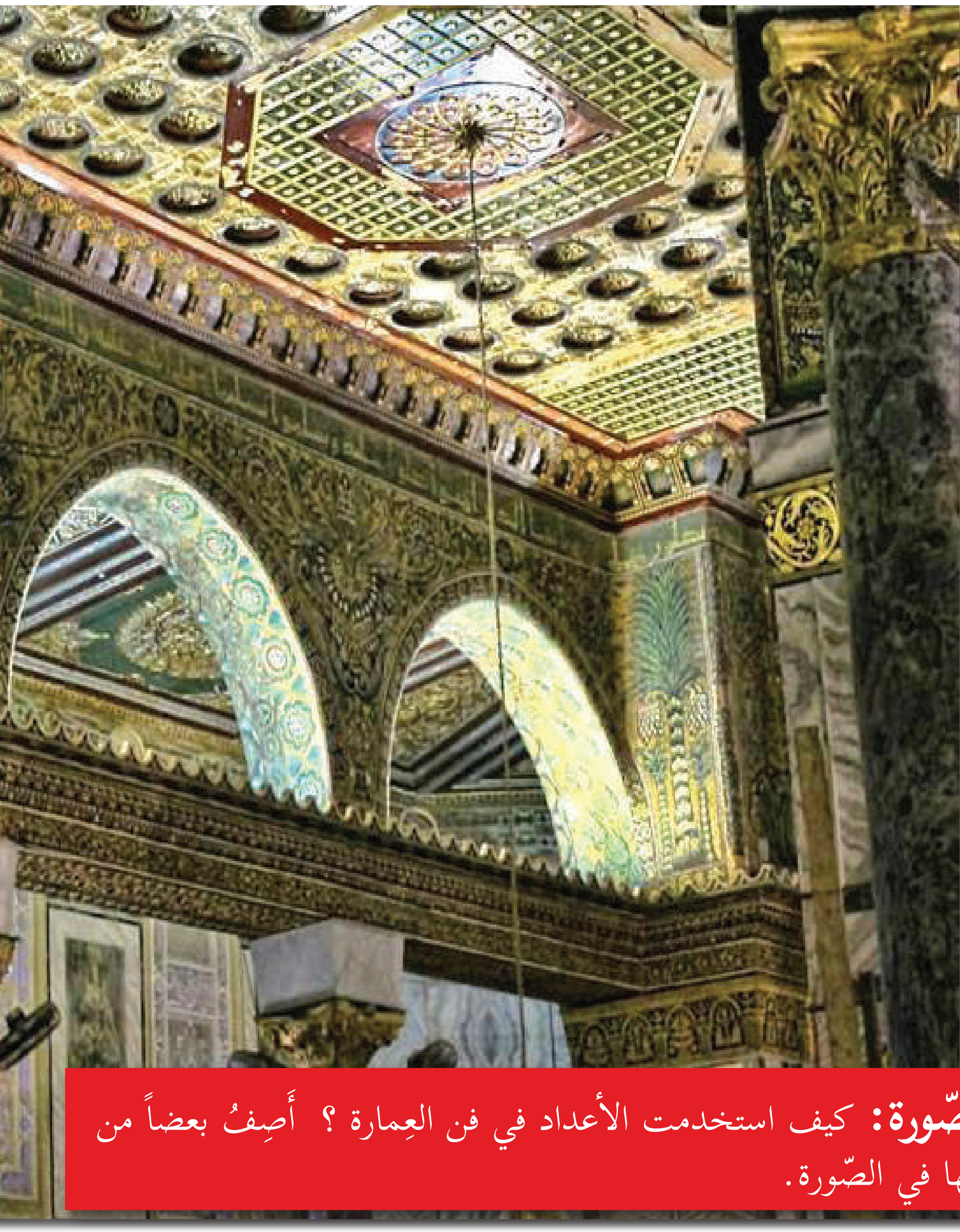
أملُنا بهذا العمل، وقد حققنا مطالب العملية التعليمية التعلمية كافة، من خلال منهاج فلسطينيّ واقعيّ منظّم، وإننا إذ نضع بين أيديكم ثمرة جهد متواصل، وكلنا ثقة بكم معلمين ومشرفين تربويين ومديري مدارس، وأولياء أمور، وخبراء ذوي علاقة في رفد هذا الكتاب بمقترحاتكم، وتغذيتكم الراجعة، بما يعمل على تجويده وتحسينه؛ لما فيه مصلحة الطلبة قادة المستقبل.

المؤلفون

المحتويات

الوحدة ١

الأعداد الحقيقيّة



أتأمَّلُ الصّورة: كيف استخدمت الأعداد في فن العِمارة ؟ أَصِفُ بعضاً من استخداماتها في الصّورة.

يتوقع من الطلبة بعد الإنتهاء من دراسة هذه الوحدة والتفاعل مع أنشطتها، أن يكونوا قادرين على توظيف الأعداد الحقيقيّة، والعمليّات عليها، والأُسس في الحياة العملية من خلال الآتي:

١. التَّعَرُّف إلى مجموعة الأعداد الحقيقيّة.

٢. إجراء عمليّات حسابية على الأعداد الحقيقيّة.

٣. التَّعَرُّف إلى خواصّ العمليّات الحسابية على الأعداد الحقيقيّة.

٤. التَّعَرُّف إلى بعض خواصّ القيمة المطلقة.

٥. التَّعَرُّف إلى الأُسس وقوانينها.

٦. إجراء بعض العمليّات على الأُسس.

(١-١) الأعداد الحقيقيّة

نشاط (١): يصب نهر الأردن في البحر الميت، ومع ذلك يتناقص ارتفاع سطح مياه البحر الميت قرابة متر سنوياً؛ بفعل الانتهاكات الإسرائيليّة التي طالت مياه نهر الأردن.

عدد الأمتار التي يتناقصها البحر الميت

خلال سنة ونصف = $\frac{1}{2}$ ١

هذا العدد ينتمي إلى مجموعة ....

عدد الأمتار التي يتناقصها خلال سنتين

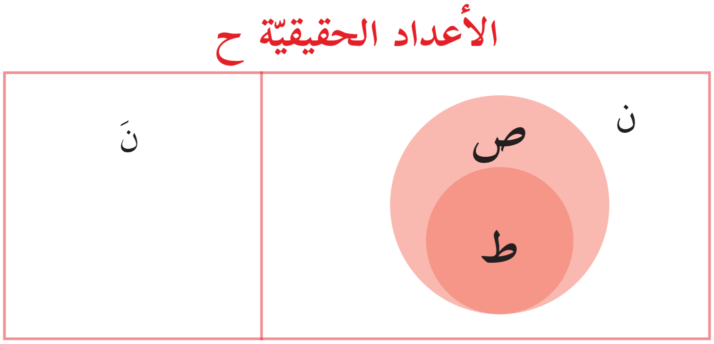
و٤ أشهر= ....

هذا العدد ينتمي إلى مجموعة ....

أتَعَلَّم

مجموعة الأعداد النّاتجة من اتحاد مجموعة الأعداد النسبيّة (ن)، ومجموعة الأعداد غير النسبيّة (نَ) تُسَمّى مجموعة الأعداد الحقيقيّة، ويُرمَز لها بالرمز ح، ونعبّر عنها بالرّموز

ح = ن ∪ نَ، وتُمَثِّلُ بأشكال ڤن كما يأتي:



حيث إنّ: ص: مجموعة الأعداد الصَّحيحة.

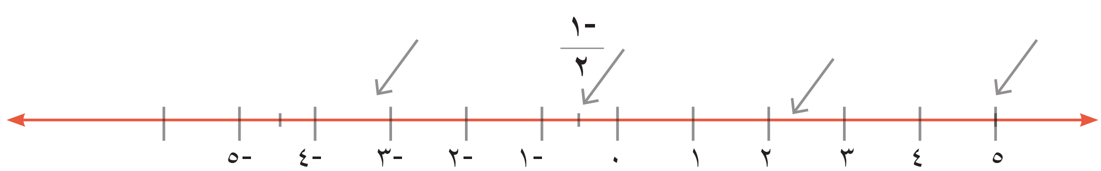
ط: مجموعة الأعداد الطبيعية.

نشاط تعاونيّ (٢): أصنّف الأعداد الآتية، حَسَبَ مجموعات الأعداد التي تنتمي إليها:

المجموعة / العدد	ط	ص	ن	نَ	ح
-٦	×	✓	✓	×	✓
١ $\frac{٥}{٩}$	×	×			
٠					
$٠,\overline{٢٣}$					
٠,٦٨					
$\sqrt{٢}$					
π					
$-\sqrt{٩}$					
$\frac{٢}{٥}$					
$\sqrt[٣]{٦٤}$					
٠,١٥١١٥١١١٥ ⟵					

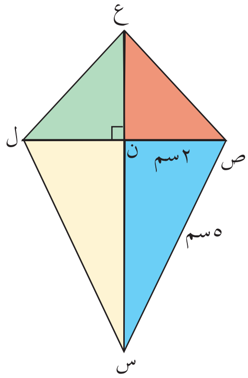
نشاط (٣): أُمَثِّلُ بشكل تقريبي الأعداد الحقيقيّة الآتية بنقاط على خطّ الأعداد:

$\frac{-١}{٢}$ ، ٥ ، $٢,\overline{٣}$ ، $-\pi$. وأُكْمِلُ ترتيبها تصاعدياً:



الترتيب التصاعدي لهذه الأعداد: ______ ، $\frac{-١}{٢}$ ، ______ ، ______ .

نشاط (٤): أَجِدُ طول $\overline{\text{ن س}}$ في الشَّكْل المجاور:



(ص س)^{٢}=(ص ن)^{٢} + (ن س)^{٢} (نظرية فيثاغورس)

(ن س)^{٢} = ______________

ن س= ______________

تمارينُ ومسائِل

١ أَكْتُبُ جميع مجموعات الأعداد التي ينتمي إليها كلّ عدد حقيقيّ مما يأتي:

$٤,\overline{٥}$ ، $\sqrt[٣]{٥٤}$ ، -٠,٧ ، $\sqrt{١٠٠}$ ، $\frac{-٥}{١٣}$ ، - $\sqrt{٣}$ ، ٢,١٢١١٢١١١١٢ ⟵ ، $\frac{٨}{٢٥}$

٢ أُمَثِّلُ بشكل تقريبي الأعداد الحقيقيّة الآتية بنقاط على خطّ الأعداد:

أ -٢,٤   ب $\sqrt{٥}$ جـ - $\frac{١}{٦}$

٣ أقارنُ بين كلّ عددَيْنِ حقيقيّين فيما يأتي:

أ ٥,٥ ، $\sqrt{٢٤}$ ب - $\frac{٢}{٩}$ ، -٠,٢   جـ $\sqrt[٣]{٦٤}$ ، $\frac{٦٠}{١٥}$

٤ أ هل جميع الجذور التربيعيّة أعداد غير نسبيّة؟ أوضِّح بأمثلة عدديّة.

ب هل جميع الجذور التكعيبيّة أعداد غير نسبيّة؟ أوضِّح بأمثلة عدديّة.

٥ يُسَمّى المستطيل مستطيلاً مثاليّاً إذا كان طوله يساوى طول قُطْر المربّع الذي طول ضِلْعه عرض هذا المستطيل، فإذا علمتَ أنّ عرض الإطار الخارجيّ للوحة فنّيّة مستطيلة الشَّكْل ١م، أَجِدُ طول اللّوحة؛ لتكون مستطيلاً مثاليّاً.

١م

(١ -٢) جمع الأعداد الحقيقيّة وطرحها

نشاط (١): مبنى نقابة المهندسين – فرع الخليل- يتوسطه مكعّب يعلوه هرم زجاجيّ، طول ضِلْع قاعدة أحد أوجهه ٣ أمتار، وطول الحافّة الجانبيّة له $\frac{٣\sqrt{٣}}{٢}$ متراً.

محيط الوجه الجانبي للهرم = ٣ + ______ + ______

= ____________ متراً .

العدد الذي يمثّل المحيط هو عدد ____________

تعريف: لأيّ عددَيْنِ حقيقيّين ﺃ ، ب: ﺃ – ب = ﺃ + (-ب)

نشاط (٢): أُكْمِلُ إيجاد $\sqrt{٤٥}$ + ٦ $\sqrt{٥}$ – $\sqrt{٢٠}$ – $\sqrt{٢٥}$.

(أُلاحظ أنّني أجمع الحدود المتشابهة بعد تبسيطها).

= ٣$\sqrt{٥}$ + ٦$\sqrt{٥}$ – ٢$\sqrt{٥}$ – ٥   (لماذا؟)

= __________________

نشاط (٣): ذهب علي بدراجته الهوائية إلى بحر غزة الذي يبعد عن منزله ٢ كم، ثم سار مسافة ثلثي كيلو متر إضافية لشراء الذرة، ثم عاد إلى منزله من الطريق نفسه.

فإنَّ: المسافة التي قطعها عليّ في الذهاب = _____ + _____ = _____ كم.

المسافة التي قطعها عليّ في العودة = _____ + _____ = _____ كم.

ماذا تلاحظ؟

نشاط (٤): يوضّح الجدول الآتي بعض خواصّ عمليّة الجمع على الأعداد الحقيقيّة، فإذا كان أ ، ب، جـ أعداد حقيقيّة، أَكْتُبُ مثالاً عدديّاً يوضِّح كلّ خاصيّة من الخواصّ المذكورة أدناه:

خواصّ عمليّة الجمع على الأعداد الحقيقيّة		
الخاصيّة	**بالرّموز**	**بمثال عدديّ**
الانغلاق	أ + ب ∋ ح	٤ ∋ ح ، $\frac{١}{٣}$ ∋ ح ٤ + $\frac{١}{٣}$ = ٤$\frac{١}{٣}$ ∋ ح
التبديليّة	أ + ب = ب + أ	
التجميعيّة	أ + ب + جـ = (أ + ب) + جـ = أ + (ب + جـ)	
العنصر المحايد	أ + ٠ = ٠ + أ = أ	
النّظير الجمعيّ	أ + - أ = - أ + أ =٠.	

نشاط (٥): أَجِدُ ناتج √١٠ − √١٦ + √٤٠ بأبسط صورة:

√١٠ − √١٦ + √٤٠ = √١٠ − ______ + ________

=____________

نشاط (٦): أَجِدُ قيمة س: س + √٢ = √٥٠

س + √٢ − √٢ = √٥٠ − √٢ (لماذا؟)

ومنها: س + ٠ = ___________ (لماذا؟)

س = ___________

تمارينُ ومسائِل

١ أَجِدُ قيمة كلٍّ ممّا يأتي، وأَكْتُبُه بأبسط صورة:

أ) $١,\overline{٩١} + -٠,٢$

ب) $-\sqrt[٣]{١٢٥} + ١١$

جـ) $(\sqrt{١٢} + \sqrt{٣})\sqrt{٣٦}$

د) $\sqrt{٢٨} - (٥\sqrt{٧} + \sqrt{٦٣})$

٢ أذكرُ الخاصيّة المستخدمة فيما يأتي:

أ) $\sqrt[٣]{٤} + ٠ = \sqrt[٣]{٤}$

ب) $-٣ + \frac{٥١}{١٧} = ٠$

جـ) $\pi + ٤ \in$ ح

٣ **أُفكّر**: أوضّح بأمثلة عدديّة ما يأتي:

أ) مجموعة الأعداد غير النسبيّة غير مغلقة على عمليّة الجمع.

ب) مجموعة الأعداد غير النسبيّة غير مغلقة على عمليّة الطرح.

جـ) مجموعة الأعداد الحقيقيّة مغلقة على عمليّة الطرح.

٤ تتأثر سرعة الصّوت بدرجة حرارة الجوّ، وتستخدم المعادلة ع = $٢٠\sqrt{٢٧٣ + \text{س}}$ لإيجاد سرعة الصّوت (ع) متراً/ ثانية، بالاعتماد على درجة الحرارة السّلسيوسيّة (س). أَجِدُ سرعة الصّوت في الحالات الآتية، وأقارن بين السرعتين:

أ) ٣٧ ° سلسيوس

ب) -٥٠ ° سلسيوس

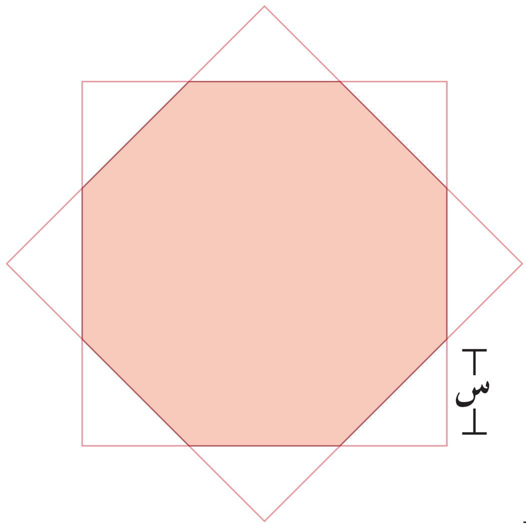
٥ أَحُلُّ المعادلتين الآتيتين:

أ) س $- \sqrt{٨} = \sqrt{٢}$

ب) $-١ +$ س $= ٢$س $- \pi$

(١-٣) ضرب الأعداد الحقيقيّة وقسمتها

نشاط (١): استُخْدِمت المربّعات المتطابقة والمثمّنات في تخطيط قاعدة مسجد قبة الصخرة، إذا كان طول ضِلْع المثمّن المنتظم (ضِلْع مسجد قبة الصخرة المشرفة) يساوي تقريباً ٢١,٦ متراً، فإنَّ:



محيط قاعدة مسجد قبة الصخرة: ________

هل يمكن إيجاد س؟

نشاط (٢): أَجِدُ ناتج $\sqrt{٢٥٠} \times \sqrt{٩٠}$

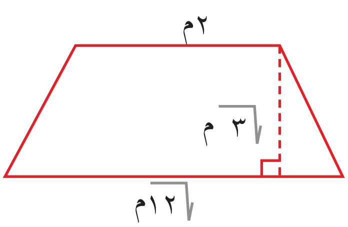
$\sqrt{٢٥٠} \times \sqrt{٩٠} = ٥\sqrt{١٠} \times$ ________

= ________________

نشاط (٣): أُكْمِلُ الجدول الآتي بكتابة اسم الخاصيّة، علماً أنّ أ، ب، جـ أعداد حقيقيّة:

خواصّ عمليّة الضّرْب على الأعداد الحقيقيّة		
الخاصيّة	**بالرّموز**	**بمثال عدديّ**
الانغلاق	أ × ب ∈ ح	٢ ∈ ح ، $\sqrt[3]{٩}$ ∈ ح ٢ × $\sqrt[3]{٩}$ ∈ ح
	أ × ب = ب × أ	$\sqrt{١٨} \times ٤ = ٤ \times \sqrt{١٨}$
	أ × ب × جـ = (أ × ب) × جـ = أ × (ب × جـ)	$٢ \times \frac{٣}{٤} \times -٥ =$ $(٢ \times \frac{٣}{٤}) \times -٥ = ٢ \times (\frac{٣}{٤} \times -٥)$
العنصر المحايد	أ × ١ = ١ × أ = أ	٢,٣ × ١ = ١ × ٢,٣ = ٢,٣
	$\frac{أ}{ب} \times \frac{ب}{أ} = \frac{ب}{أ} \times \frac{أ}{ب} = ١$ أ ، ب ≠ ٠.	$\sqrt{٧} \times \frac{١}{\sqrt{٧}} = \frac{١}{\sqrt{٧}} \times \sqrt{٧} = ١$
	أ × (ب ± جـ) = (أ × ب) ± (أ × جـ)	$\frac{\sqrt{٥}}{٢} \times (٢ + \sqrt{٧})$ $= (\frac{\sqrt{٥}}{٢} \times ٢) + (\frac{\sqrt{٥}}{٢} \times \sqrt{٧})$

نشاط (٤): حوض نعنع على شكل شبه منحرف، ما مِساحة شبه المنحرف الممثل بالشَّكْل المجاور؟



مِساحة شبه المنحرف = $\frac{١}{٢} \times \sqrt{٣} \times (٢ + \sqrt{١٢})$ (لماذا؟)

$= \frac{\sqrt{٣}}{٢} \times (٢ + \sqrt{١٢})$

$= (\frac{\sqrt{٣}}{٢} \times ٢) + (\frac{\sqrt{٣}}{٢} \times \sqrt{١٢})$ (خاصيّة ________)

=________________ متراً مربّعاً.

نشاط (٥): أُكْمِلُ لإيجاد النّاتج بأبسط صورة:

١) $\sqrt{١٨} \div \sqrt{٢} = \_\_\_\_\_\_ \div \sqrt{٢} = \frac{٣\sqrt{٢}}{\sqrt{٢}} = \_\_\_\_\_\_\_\_$

٢) $\sqrt{٢} \div \sqrt{١٨} = \_\_\_\_\_\_\_\_$

هل $\sqrt{١٨} \div \sqrt{٢} = \sqrt{٢} \div \sqrt{١٨}$ ؟ ______

ماذا تلاحظ؟

أفكر وأناقش

هل عمليّة القسمة عمليّة تجميعيّة على ح ؟ أوضِّح بأمثلة عدديّة.

نشاط (٦): أُكْمِلُ ما يأتي:

١) $\sqrt{٢} \times \sqrt{١٨} = \sqrt{٣٦} = ٦$

٢) $\sqrt{٣} \times \sqrt{٣} = \_\_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_\_$

٣) $(٨ - \sqrt{٥})(٨ + \sqrt{٥}) = \_\_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_\_$

هل يوجد جذور صماء في النّاتج؟________

نشاط (٧): أوجدَتْ زينبُ ولبيبة ناتج $\frac{١٨}{٣\sqrt{٣}}$ ، فكان كما يأتي:

زينب	لبيبة
$\frac{١٨}{٣\sqrt{٣}} = \frac{٦}{\sqrt{٣}}$	$\frac{\cancel{١٨}^{\,٦}}{\cancel{٣}_{\,١}\sqrt{٣}} = \frac{٦}{\sqrt{٣}}$
$= \frac{٦}{\sqrt{٣}} \times \frac{\sqrt{٣}}{\sqrt{٣}} = \frac{٦\sqrt{٣}}{٣} = ٢\sqrt{٣}$	

هل الإجابتان متساويتان؟______ ، ما الفرق بين الحلّين؟ ______

أَتَعَلَّم: عملية تحويل الجذور الصّمّاء في مقام عدد حقيقي إلى عدد نسبي يُسَمّى إنطاق المقام.

نشاط (٨): أُكْمِلُ كتابة المقدارين الآتيين بأبسط صورة:

١) $\frac{١٥}{\sqrt{٦}} = \frac{١٥}{\sqrt{٦}} \times \frac{\sqrt{٦}}{\square} =$ ________________ .

٢) $\frac{١}{٢ - \sqrt{٧}} = \frac{١}{٢ - \sqrt{٧}} \times \frac{٢ + \sqrt{٧}}{٢ + \sqrt{٧}} =$ ________________ .

ملاحظة: العددان $٢ + \sqrt{٧}$ ، $٢ - \sqrt{٧}$ عددان مترافقان.

نشاط (٩): أَجِدُ قيمة س بأبسط صورة في المعادلة $٥ + \sqrt{٣}\,س = ٢س$

$٥ + \sqrt{٣}\,س - \sqrt{٣}\,س = ٢س - \sqrt{٣}\,س$ (لماذا؟)

$٥ +$ ______ $=$ ________________

$٥ = س(٢ - \sqrt{٣})$

$\frac{٥}{٢ - \sqrt{٣}} = س$

________ $= س$

ومنها: $س = ١٠ + ٥\sqrt{٣}$

تمارينُ ومسائِل

١ أَجِدُ قيمة كلٍّ ممّا يأتي بأبسط صورة.

أ) $\sqrt{٢} - \sqrt{٨}$

ب) $١٢,٥ \times {}^{-}\sqrt{٠,٠٤}$

جـ) $\frac{\sqrt{١٤٤}}{\sqrt{٣٦}} \times \sqrt{\frac{١}{٣٦}}$

د) $\sqrt[٣]{٥٤} \times \frac{٦}{١٥} \times ٢٠$

هـ) $\sqrt{٢}\,(\sqrt{٣} + \sqrt{٤٨})$

و) $(٢ - \sqrt{٣})(٢ + \sqrt{٣})$

٢ أَكْتُبُ المقادير الآتية بأبسط صورة:

أ) $\frac{١}{\sqrt{٢}}$

ب) $\frac{\sqrt{٢} + ١}{\sqrt{٢} + ٤}$

جـ) $\frac{\sqrt{٢} - \sqrt{١٤}}{\sqrt{٢} + \sqrt{١٤}}$

٣ ما اسم الخاصيّة المستخدمة فيما يأتي:

أ) $٧ \times ٢\pi \in$ ح

ب) $١ \times {}^{-}٣,٤ = {}^{-}٣,٤$

جـ) $\sqrt{٩٠٠} \times \frac{١}{٣٠} = ١$

٤ أَحسِبُ ناتج $٢\sqrt{٣}\,(٣\sqrt{١٢} + ٢\sqrt{٣})$ بطريقتين مختلفتين.

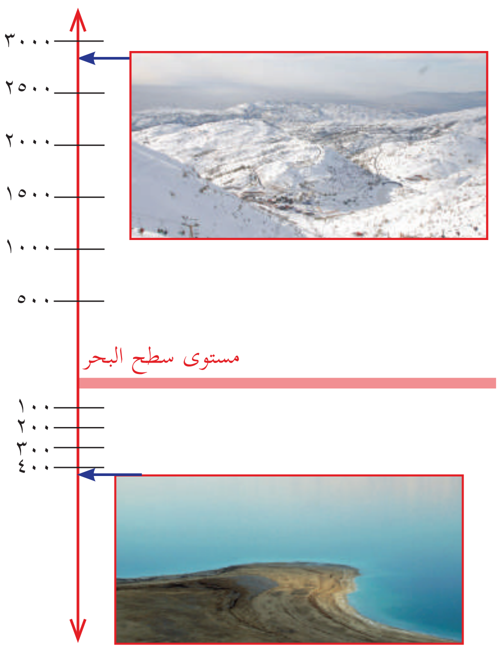
٥ أَحُلُّ المعادلتين الآتيتين:

أ) $\sqrt{٢}$ س $- \sqrt{٢} = ٢$

ب) $٣ - \frac{١}{٢}$ س $=$ س $+ ٠,٣$

(١-٤) القيمة المطلقة

نشاط (١): جبل الشّيخ يقع في سوريا ولبنان، القسم الجنوبي الغربي منه تحت سيطرة الاحتلال الإسرائيليّ، ضمن هضبة الجولان السوريّة، وجزء منه مع سوريا ضمن مرتفعات الجولان الّتي تمّ تحريرها، أعلى قممه ترتفع ٢٨١٤م عن مستوى سطح البحر، ويقع البحر الميّت بين الأردن وفِلَسطين، وينخفض ٤٢٠م تقريباً عن مستوى سطح البحر.



أُعَبِّرُ عن ارتفاع جبل الشيخ بعدد حقيقيّ:

____

|٢٨١٤| = ______________

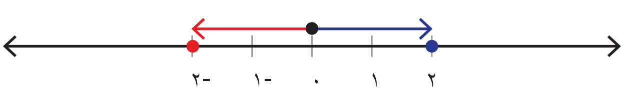
أُعَبِّرُ عن انخفاض البحر الميّت بعدد حقيقيّ: __________________

|-٤٢٠| = _____________

أتذكر

عدد الوَحَدات الّتي يبعدها العدد الحقيقيّ ٩ عن الصفر على خطّ الأعداد تُسَمّى القيمة المطلقة للعدد الحقيقيّ ٩، ويُرْمَزُ لها بالرمز | ٩ |.

نشاط (٢): أُلاحظ التّمثيل على خطّ الأعداد



|٢| = __________

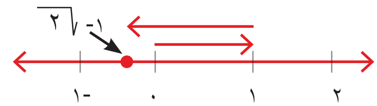
|-٢| = __________

ومنها: |٢| = |-٢| = _________

تعريف: إذا كان أ $\in$ ح فإنَّ | أ | = $\begin{cases} \text{أ} & \text{،}\ \text{أ} \geq \text{٠}. \\ \text{-أ} & \text{،}\ \text{أ} < \text{٠}. \end{cases}$

مِثال(١): أَجِدُ |١ − $\sqrt{\text{٢}}$ | ؟

الحل:



|١− $\sqrt{\text{٢}}$ |= −(١− $\sqrt{\text{٢}}$) = $\sqrt{\text{٢}}$ − ١ (لماذا؟)

نشاط (٣): أكمل ما يأتي:

١) $\sqrt{(\text{-٣})^{\text{٢}}}$ = $\sqrt{\text{٩}}$ = ٣

٢) |-٣| = ______________

٣) $\sqrt{(\text{٧})^{\text{٢}}}$ = ______________

٤) |٧| = ______________

ماذا تلاحظ؟

أَتَعلَّم: إذا كان س عدداً حقيقيّاً، فإنَّ $\sqrt{\text{س}^{\text{٢}}}$ = |س|

مِثال(٢): أَجِدُ قيمة /قيم س الّتي تحقّق المعادلة س$^{\text{٢}}$ = ٦، باستخدام تعريف القيمة المطلقة:

الحل: س$^{\text{٢}}$ = ٦

$\sqrt{\text{س}^{\text{٢}}}$ = $\sqrt{\text{٦}}$

|س| = $\sqrt{\text{٦}}$ (لماذا؟)

ومنها: س = ± $\sqrt{\text{٦}}$

هل هناك طريقة أُخرى لحلّ هذه المعادلة؟

تمارينُ ومسائِل

١ أَجِدُ قيمة ما يأتي:

أ $|-٥|$ ب $|٠|$

ج $|\overline{٦},١|$ د $|٤ - ٨٧|$

هـ $|٢\sqrt{٣} - \sqrt{٢}|$ و $٢\left|\frac{\pi}{٢}\right|$

٢ أيهما أكبر $-\frac{١}{٤}|أ|$ أم $\frac{١}{٤}|-أ|$، حيثُ أ عدد حقيقيّ؟ ولماذا؟

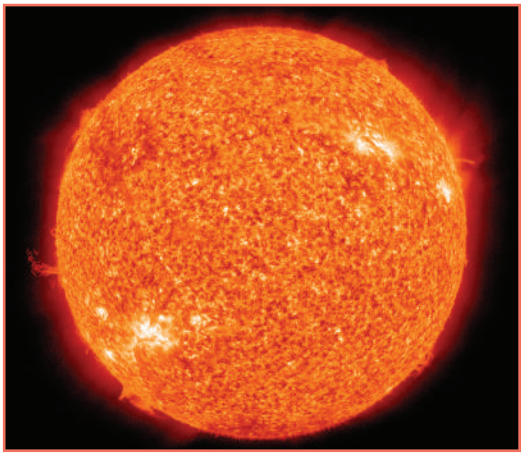
٣ أَجِدُ قيم س الّتي تحقّق كلّاً من المعادلات الآتية باستخدام تعريف القيمة المطلقة:

أ $س^٢ = ٣$ ب $(س+٧)^٢ = ٢٠$ ج $\sqrt{(س + ١)^٢} = ٦$

٤ أعطِ أمثلة عدديّة تبين خطأ العبارة: « إذا كان أ ، ب عددَيْنِ حقيقيّين وكان $|أ| > |ب|$، فإنَّ $أ > ب$ ».

(١-٥) الأُسس وقوانينها (١)

نشاط (١): تمتازُ فِلَسطين بأنّ معظمَ أيّام السّنة مشمسة، وتسعى الحكومة الفِلَسطينيّة لترشيد استهلاك الكهرباء، واستغلال الطّاقة الشّمسيّة، وتشجّع المواطنين على استخدام الخلايا الشّمسيّة لتوليد الكهرباء، فكمية الطّاقة الّتي تُطلِقها الشّمس تُفْقَد معظمُها في طريقها إلى الأرض، ومع ذلك يصل الأرض في الثّانية الواحدة ما قيمته ٢٢٠٠٠٠٠٠٠٠٠ (٢٢ بليون) كيلو واط/ ساعة من الطّاقة.



يمكن كتابة العدد ٢٢٠٠٠٠٠٠٠٠٠ على الصّورة ٢٢×١٠^{٩}، باستخدام الأُسس، فالجزء $١٠^{٩}$ مكتوب باستخدام الأُسس، حيث يُسَمّى العدد ١٠ الأساس، والعدد ٩ الأُسّ، باستخدام الأُسس، أَكْتُبُ العدد ٢٢٠٠٠٠٠٠٠٠ بطريقة أُخرى: ______________

نشاط (٢): أُحَلِّلُ الأعداد ٦٤ ، ٥٠٠ إلى عواملها الأولية:

$٦٤ = ٢ \times ٢ \times ٢ \times ٢ \times ٢ \times ٢ = (\quad)^{٦}$

$٥٠٠ =$ ______________

$=$ ______________

تعريف: إذا كان أ عدداً حقيقيّاً، فإنَّ $أ^{ن} = \underbrace{أ \times أ \times أ \times \ldots \times أ}_{ن \text{ مرة}}$، حيث أ هي الأساس، ن الأُسّ.

نشاط (٣): أ) أَكْتُبُ ما يأتي باستخدام الأُسس:

١) $٨ \times ٨ \times ٨ \times ٨ = ٨^{٤}$

٢) $١٠ \times ١٠ \times ١٠ \times ١٠ \times ١٠ \times ١٠ =$ ______________

٣) $-٧ \times -٧ \times -٧ \times -٧ =$ ______________

نشاط (٤): أَجِدُ قيمة:

١. أ) $٣^{٤} \times ٣^{٢} = ٨١ \times ٩$

$=$ ____________

ب) $٣^{٦} =$ ______________________________

$=$ __________________

٢. أ) $٤^{٢} \times ٤^{٣} = ١٦ \times ٦٤ =$ __________________

ب) $٤^{٥} =$ ______________________________

$=$ __________________

ما العلاقة بين $٣^{٤} \times ٣^{٢}$ ، $٣^{٦}$ ؟ ______________________________

ما العلاقة بين $٤^{٢} \times ٤^{٣}$، $٤^{٥}$ ؟ ________________________________

أَتَعَلَّم: إذا كان أ عدداً حقيقيّاً، وكان م ، ن عددَيْنِ صحيحَيْنِ موجبَيْن، فإنَّ $أ^{م} \times أ^{ن} = أ^{م+ن}$.

نشاط (٥): أَجِدُ قيمة ما يأتي:

١) $\frac{٧^{٣}}{٧^{١}} = \frac{٧ \times ٧ \times \cancel{٧}}{\cancel{٧}} = ٤٩$ ، $٧^{٢} =$ ____________

٢) $٢^{٥} \div ٢^{٢} =$ ____________ ، $٢^{٣} =$ ____________

ماذا تلاحظ؟

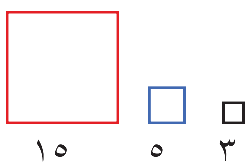
أَتَعَلَّم: إذا كان أ عدداً حقيقيّاً، وكان م ، ن عددَيْنِ صحيحيْنِ موجبَيْنِ،

فإنَّ $\frac{\text{أ}^{\text{م}}}{\text{أ}^{\text{ن}}} = \text{أ}^{\text{م - ن}}$ ، حيثُ أ ≠ ٠ .

نشاط (٦):

١) أَجِدُ $(\text{٣} \times \text{٢})^{\text{٤}}$ = ____________ ، $\text{٣}^{\text{٤}} \times \text{٢}^{\text{٤}}$ = ______________

٢) ما العَلاقة بين مِساحة مربّع طول ضِلْعه ١٥ وحدة، وبين حاصل ضرب مِساحَتَي مربّعيْن، طول ضِلْع الأول ٣ وحدات، وطول ضِلْع الثّاني ٥ وحدات؟



مِساحة المربّع الكبير= ________________

مِساحة المربّع الأزرق= ________________

مِساحة المربّع الأسود= ________________

حاصل ضرب مِساحَتَي المربّعين الأسود والأزرق = ______________________

ماذا تلاحظ؟

أَتَعَلَّم: إذا كان أ ، ب عددَيْنِ حقيقيَّيْن، وكان ن عدداً صحيحاً موجباً،

فإنَّ $(\text{أ} \times \text{ب})^{\text{ن}} = \text{أ}^{\text{ن}} \times \text{ب}^{\text{ن}}$

نشاط (٧):

أوجدَ حسام وعمرو ناتج $\left(\frac{\text{٦}}{\text{٢}}\right)^{\text{٣}}$ ، فكان كما يأتي:

حسام	عمرو
$\left(\frac{\text{٦}}{\text{٢}}\right)^{\text{٣}} = \text{٣}^{\text{٣}} = \text{٢٧}$	$\frac{\text{٦}^{\text{٣}}}{\text{٢}^{\text{٣}}} = \frac{\text{٦} \times \text{٦} \times \text{٦}}{\text{٢} \times \text{٢} \times \text{٢}}$
	$= \text{٣} \times \text{٣} \times \text{٣} = \text{٢٧}$

ماذا تلاحظ ؟

أتعلَّم: إذا كان أ ، ب عددَيْنِ حقيقيّيْن، وكان ن عدداً صحيحاً موجباً،

فإنَّ $\left(\frac{\text{أ}}{\text{ب}}\right)^{\text{ن}} = \frac{\text{أ}^{\text{ن}}}{\text{ب}^{\text{ن}}}$ ، حيث ب $\neq$ ٠.

نشاط (٨): أُكْمِلُ كتابة ما يأتي بأبسط صورة:

أ) $(-٣)^{٢} + ١٥ \times ٤ = ٩ + ٦٠$

$= \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_$

ب) $\frac{(٢ \times ٣)^{٣}}{(٤ \times ٣)^{٢}} = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_$

جـ) $\left(\frac{\sqrt{٥}}{٥}\right)^{٣} - ٥ = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_$

د) $(٢ - \sqrt{٥})^{٨} (٢ + \sqrt{٥})^{٨} = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_$

تعريف: إذا كان أ عدداً حقيقيّاً، حيث $\text{أ} \neq ٠$ ، فإنَّ $\text{أ}^{٠} = ١$.

نشاط (٩): أَجِدُ $\frac{٢^{٣}}{٢^{٣}}$ بطريقتين:

الطريقة الأولى: $\frac{٢^{٣}}{٢^{٣}} = ١$ (لماذا؟)

الطريقة الثانية: $\frac{٢^{٣}}{٢^{٣}} = \_\_\_\_\_\_$

$= ٢^{٠}$

ومنها $٢^{٠} = \_\_\_\_\_\_$

تمارينُ ومسائِل

١ العدد جوجُل (Googol): هو العدد الذي يُكْتَب على صورة ١ وعلى يمينه ١٠٠ صفر، أَكْتُبُ هذا العدد باستخدام الأُسس.

٢ أَكْتُبُ الناتج بصورة أُسيّة:

أ $٦^{١٠} \times ٦^{٨}$

ب $(-\ ١,٣)^{٤} \times (-\ ١,٣)^{٩}$

جـ $\frac{(٧٦)^{١١}}{(٧٦)^{٥}}$

٣ أَجِدُ ناتج ما يأتي بأبسط صورة:

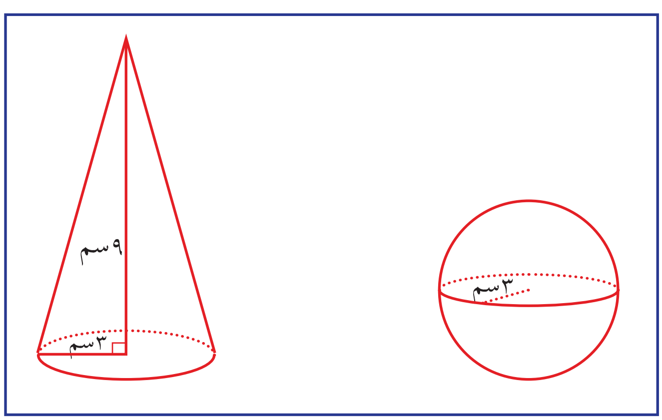
أ $(\sqrt{٣}\ \sqrt{٢٧})^{٣}$

ب $٢(٨ \times ٨)^{٠} + ٨$

جـ $(-٧)^{٤} - (\sqrt{٣})^{٤}$

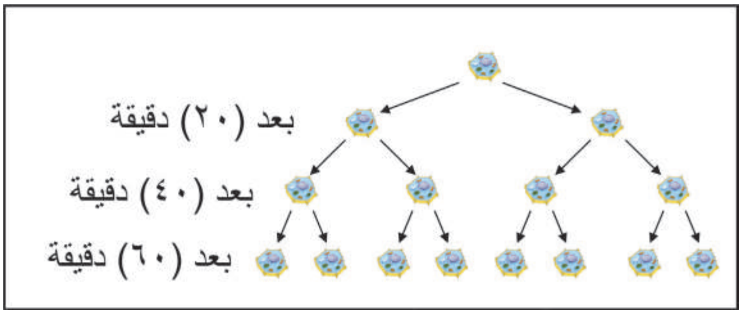
د $\left(\frac{\sqrt{٨}}{٣}\right)^{٣}$

٤ أَجِدُ الفرق بين حجم كرة، نصف قطرها ٣سم وحجم مخروط، نصف قُطْرِ قاعدته ٣سم، وارتفاعه ٩ سم، و (أَعتبرُ أنَّ $\pi = ٣,١٤$).علماً بأن حجم الكرة = $\frac{٤}{٣}$ نق^{٣} π



(١-٦) الأُسس وقوانينها (٢)

نشاط(١): تحذّر وزارة الصّحّة الفِلَسطينيّة من انتشار الأمراض البكتيريّة، مثل مرض الحمّى المالطيّة؛ كونه مرضاً بكتيريّاً من الأمراض المشتركة بين الحيوان والإنسان، فهو يصيب الإنسان بعد انتقال الجرثومة له من الحيوان، فتناوُل الحليب ومشتقّاته دونَ غليه جيداً قد يؤدي إلى إصابة الإنسان بهذا المرض.



(مخطط يُظْهِرُ كيفيّة تضاعُف أحدى خلايا البكتيريا)

أُكْمِلُ الجدول الآتي:

الزّمن (ساعة)	٠	$\frac{١}{٣}$	$\frac{٢}{٣}$	١	$١\frac{١}{٣}$	$١\frac{٢}{٣}$	٢
الانقسام	٠	١	٢	٣	٤	٥	___
عدد خلايا البكتيريا	١	٢	٤	٨	١٦	___	___
عدد خلايا البكتيريا (باستخدام الأُسس)	$٢^{٠}$	$٢^{١}$	$٢^{٢}$	$٢^{\square}$	___	___	___

عدد خلايا البكتيريا بعد الانقسام الثّاني = ٤ = $٢^{\square}$

عدد خلايا البكتيريا بعد ٢ ساعة = ____ = $٢^{\square}$ ، أُلاحظُ أنّه يمكن التّعبير عن عدد البكتيريا بعد الانقسام ن، باستخدام الأُسس على الصّورة: $٢^{ن}$.

أناقش

العلاقة بين عدد البكتيريا بعد ساعتين $٢^{٦}$، وعددها بعد ساعة $٢^{٣}$.

نشاط (٢): كَلّفَ المعلمُ محموداً وصُهيباً إيجاد قيم المقدارين $\left(\left(\frac{١}{٢}\right)^{٢}\right)^{٣}$ ، $\left(\frac{١}{٢}\right)^{٦}$:

محمود	صهيب
$\left(\left(\frac{١}{٢}\right)^{٢}\right)^{٣} = \left(\frac{١}{٤}\right)^{٣} = \frac{١}{٤} \times \frac{١}{٤} \times \frac{١}{٤}$	$\left(\frac{١}{٢}\right)^{٦} = \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢}$
$= \frac{١}{٦٤}$	$= \frac{١}{٦٤}$

ماذا تلاحظ؟

أَتَعَلَّم : إذا كان $أ$ عدداً حقيقيّاً، $أ \neq ٠$ ، وكان م،ن عددَيْنِ صحيحَيْن،
فإنَّ $(أ^{ن})^{م} = أ^{ن \times م}$

نشاط (٣): أَجِدُ ناتج ما يأتي:

١) $(٢^{٣})^{٢} = (٢)^{٦} =$ ــــــــــــــــــــــــــــــــ

٢) $((\sqrt{٢})^{٢})^{٣} =$ ــــــــــــــــــ

نشاط (٤): أُكْمِلُ النَّمط في كلٍّ ممّا يأتي:

١) $١٠^{٣}$ ، $١٠^{٢}$ ، $١٠^{١}$ ، $١٠^{٠}$ ، $١٠^{-١}$ ، $١٠^{-٢}$ ، ....

٢) ١٠٠٠ ، ١٠٠ ، ١٠ ، ١ ، $\frac{١}{١٠}$ ، $\frac{١}{١٠٠}$ ، ...

ماذا تلاحظ؟، وما قيمة $١٠^{-١}$ ، $١٠^{-٢}$ ، $١٠^{-٣}$ ؟

أَتَعَلَّم : إذا كان $أ$ عدداً حقيقيّاً، $أ \neq ٠$، وكان ن عدداً صحيحاً موجباً،
فإنَّ $أ^{-ن} = \frac{١}{أ^{ن}}$.

نشاط (٥): أ) أُكْمِلُ إيجاد $(٣)^{-٢}$ = ________________

ب) إذا كان ل = $\sqrt{٢}$ ، م = ٣، أَجِدُ:

$\frac{ل^{-٥}}{م^{-٢}} = \frac{م^{٢}}{ل^{٥}} =$ ________________

نشاط (٦): أيُّ من الجمل الآتية صحيحة، وأيُّها خاطئة، مع التّوضيح؟

(١) $٨^{-١} = (-٨)^{١}$: خاطئة؛ لأنّ $\frac{١}{٨}$ لا يساوي -٨.

(٢) $٢^{١} \times ٢^{-١} = ٢^{٠}$: ________________

(٣) $(-٢)^{-١} = ٢$: ________________

أتَعَلَّم: إذا كان ﺃ عدداً حقيقيّاً موجباً، وكان $ﺃ^{س} = ﺃ^{ن}$، فإنَّ س = ن، ﺃ ≠ ١

نشاط (٧): أَحُلُّ المعادلات الأسيّة الآتية:

١) $٢^{س} = ٥١٢$

$٢^{س} = ٢^{٩}$ (لماذا ؟)

بما أنّ الأساسات متساوية، فإنَّ الأُسس متساوية.

ومنها: س = ________

٢) $\frac{٣^{س}}{٩^{-س}} = (س)^{٠} \times ٨١$ حيث س ≠ ٠.

$٣^{س} \times$ __ $= ٨١$

= ________

= ________

أتعلَّم: قوانين الأُسس السّابقة صحيحة للقوى الكسرية.

نشاط (٨):

١) أجِدُ $هـ^{\frac{١}{٢}} \times هـ^{\frac{١}{٢}} = هـ^{\frac{١}{٢}+\frac{١}{٢}}$

$= \_\_\_\_\_\_$

٢) $\sqrt{هـ} \times \sqrt{هـ} = \sqrt{هـ \times هـ} = \_\_\_\_\_\_$.

٣) $هـ^{\frac{٣}{٢}} \times هـ^{\frac{٣}{٢}} = هـ^{\square} = هـ^{٣} = \_\_\_\_\_\_$

٤) $\sqrt{هـ^{٣}} \times \sqrt{هـ^{٣}} = \sqrt{هـ^{٣} \times هـ^{٣}} = \_\_\_\_\_\_$.

ماذا تلاحظ؟

أتعلَّم: إذا كان أ عدداً حقيقيّاً موجباً، وكان م ، ن عددَيْن صحيحيْن موجبيْن، فإنَّ $أ^{\frac{١}{ن}} = \sqrt[ن]{أ}$ ، $أ^{\frac{م}{ن}} = \sqrt[ن]{أ^{م}}$ ، يُسَمّى ن دليل الجذر.

نشاط (٩): أَجِدُ ناتج ما يأتي:

١) $(-٢٧)^{\frac{١}{٣}} = \sqrt[٣]{-٢٧} = \_\_\_\_\_\_$

٢) $(٦٤)^{\frac{١}{٦}} = \_\_\_\_\_\_$

الصّورة العلميّة لكتابة الأعداد:

عندما نتعامل مع أعداد كبيرة جداً، أو أعداد صغيرة جداً، وخصوصاً في العلوم، فإنَّه يمكن كتابتها بطريقة تسهّل علينا إجراء عمليات حسابية على هذه الأعداد، وذلك بكتابتها بالصّورة العلميّة.

يبلغ حجم الأرض تقريباً ٢٥٩٠٠٠٠٠٠٠٠ ميلاً مكعّباً، فيكون حجم الأرض $٢,٥٩ \times ١٠^{١١}$ ميلاً مكعّباً*، وهذه الصّورة تُسَمّى الصّورة العلميّة.

* الميل: ١٦٠٩,٣ متراً

أَتَعَلَّم: يكون العدد $أ \times ١٠^{ب}$ على الصّورة العلميّة، إذا كان $أ$ عدداً حقيقيّاً أكبر من أو يساوي ١، وأقلّ من ١٠، ب عدد صحيح.

نشاط (١٠):

١) تنمو أظافر الانسان بمعدل ٠,٠١٢٣ سم تقريباً كل يوم. أَكْتُبُ هذا العدد على الصّورة العلميّة:

$٠,٠١٢٣ = ١,٢٣ \times ١٠^{\square}$.

٢) يبعد القمر عن الأرض ٣٨٠٠٠٠ كيلو متراً تقريباً. أَكْتُبُ بعد القمر عن الأرض بالصّورة العلميّة:

$٣٨٠٠٠٠ =$ ________________.

تمارينُ ومسائِل

١ أَجِدُ ما يأتي بأبسط صورة:

أ) $\frac{(١٢٣)^{٦}}{(١٢٣)^{٥}}$ ب) $٥^{-١}$

جـ) $(٣^{-٢})^{-٣}$ د) $(-١٢٨)^{\frac{١}{٧}}$

هـ) $((١ - \sqrt{٣})^{٢})^{٢}$ و) $(٩^{٥})^{\frac{١}{٥}}$

٢ أَكْتُبُ المقادير الآتية بأبسط صورة:

أ) $(٣\,س^{٢}\,ص^{٣})^{٤}$ ب) $\frac{(٣م^{٤})^{٢}}{م^{٥}}$

٣ أَكْتُبُ بالصّورة العلميّة:

أ) قطر القمر البالغ ٣٤٧٦٠٠٠م تقريباً.   ب) $١٠^{٣٩} - ١٠^{٣٧}$

٤ أَجِدُ قيمة س فيما يأتي:

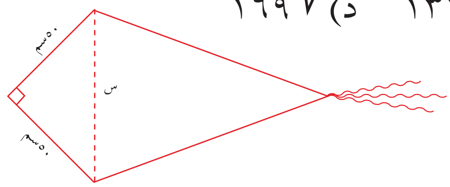
أ) $٣^{س} = ٨١$ ب) $\frac{٥^{٢س}}{٥^{س}} = ١٢٥$

(١ - ٧) تمارين عامّة

١ أضعُ دائرة حول رمز الإجابة الصَّحيحة:

١) ما العدد الحقيقيّ الذي يقع بين العددَيْن ١١ ، ١٢ ؟

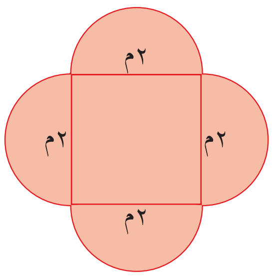
أ) $\sqrt{٩٩}$ + ١ ب) $\sqrt{١٢١}$ + ١ جـ) $\sqrt{١٣٢}$ د) $\sqrt{١٦٩}$



٢) ما قيمة س في الشكل المجاور ؟

أ) ٥٠ $\sqrt{٢}$ سم. ب) ٢٥٠ سم.

جـ) ١٠ $\sqrt{٢}$ سم. د) ١٠ سم.



٣) ما القيمة الّتي تُمَثِّلُ مِساحة الشَّكْل المجاور بالمترات المربّعة؟

أ) ٤(٤ π) + ٤ ب) ٤ + ٤ π

جـ) ٨ π د) ٢ π + ٤

٤) ما العدد المكافئ للصورة العلمية للعدد ١,٣×١٠$^{-٥}$ ؟

أ) ١٣٠٠٠٠٠. ب) ١٣.

جـ) ٠,٠١٣. د) ٠,٠٠٠٠١٣.

٥) ما قيمة (س + ١)^{٠} ، حيث س عدد حقيقيّ، س $\neq$ -١:

أ) ١ ب) س جـ) -١ د) صِفْر.

٢ أُحدّدُ أيّ الأعداد الحقيقيّة الآتية نسبيّ، وأيُّها غير نسبيّ؟

أ) ٢,٠٣٠٤٠٥ ب) $\sqrt{٣٦}$ جـ) $\sqrt{٢٤}$ د) ٧,$\overline{٦٣}$٦٣٦٣

٣ أَجِدُ ناتج ما يأتي:

أ) |-٨,٣| ب) |$\frac{٣}{٧}$| – |٧| جـ) |٥ – $\sqrt{٥}$| د)|٢$\sqrt{١١}$ – ١٥|

٤ أَجِدُ قيمة كلٍّ ممّا يأتي بأبسط صورة:

أ) $\sqrt{١٢}$ + ٢$\sqrt{٣}$ + $\sqrt{١٠٠}$ ب) (٨ – $\sqrt{٥}$)^{٤} (٨ – $\sqrt{٥}$)$^{-٤}$

جـ) (٤×٣)$^{-٢}$ د) $\frac{٩^{٩} \times ٩^{-٥}}{٩^{٧}}$

٥ أَجِدُ قيمة س فيما يأتي:

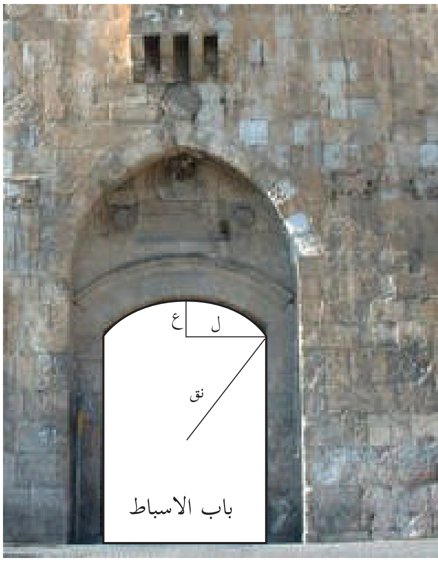
أ) $\sqrt{٥}$ س – $\sqrt{٥}$ - ٥ = ٠ .

ب) (س – ٢)^{٢} = ١٤

٦ يمكن إيجاد نصف قطر(نق) الدائرة التي تحوي قوس بوابة كبيرة بالأقدام، بالاعتماد على القاعدة:

$$نق = \frac{ل^{٢} + ع^{٢}}{٢ع}$$

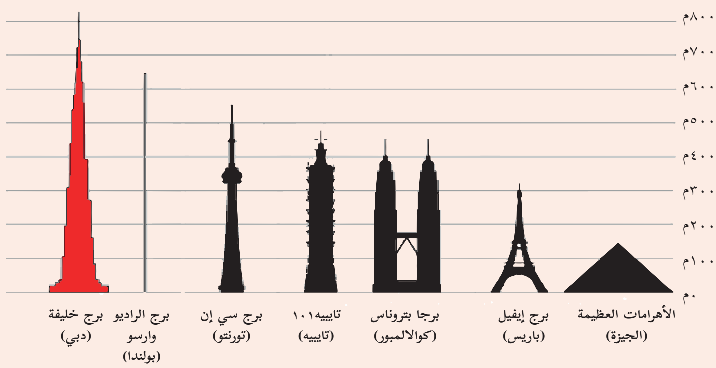
أَجِدُ نق إذا علمت أن ل = ٥,٧ أقدام ، ع = ١,٦ قدماً



أقيّم ذاتي: اعبر بلغتي عن نقاط القوة ونقاط الضعف الواردة في مفاهيم هذه الوحدة.

مشروع الوحدة:

المعادلة ف = ١,٢٣ $\sqrt{ع}$ تُمَثِّلُ المسافة (ف) بالميل* الّتي يمكن رؤيتها من قمّة بناء، ارتفاعه (ع) قدماً.



أحدّد المسافة ف الّتي يمكن رؤيتها من قمّة كلّ مَعْلَم؟
أَكْتُبُ المسافات (بالميل، وبالكيلو متر).
أرسمُ مخطّطاً تقريبيّاً لبرجٍ أحلمُ أن يُبنى في محافظتي، وأُحدّد مِساحة قاعدته، وارتفاعه، وعدد طوابقه، ثُمَّ أَجِدُ المسافةَ ف الّتي يمكن رؤيتها من قمة هذا البرج.

روابط وبرامج مقترحة

www.Nlvm.com
Microsoft mathematics

* ١كم = ٠,٦٢ ميل. ** ١م= ٣,٢٨ قدم

الوحدة ٢

العلاقات والاقترانات

أتأمَّلُ الصّورة:

كيف تستطيع وصف موقع المدن: عكا، وحيفا، وعسقلان، وغزة ،على الخريطة،

وهل تشترك هذه المدن بموقع متميّز؟

يتوقع من الطلبة بعد الإنتهاء من دراسة هذه الوحدة والتفاعل مع أنشطتها، أن يكونوا قادرين على توظيف العلاقات والاقترانات في الحياة العملية من خلال الآتي:

(١) إيجاد حاصل الضّرْب الدّيكارتِيّ لمجموعتَيْنِ رياضيّتَيْن.

(٢) التَّعَرُّف إلى مفهوم العلاقة الرياضيّة.

(٣) تمثيل علاقة رياضيّة بـ (مخطط سهميّ، المستوى الدّيكارتِيّ، ...).

(٤) التَّعَرُّف إلى خواصّ العلاقات: انعكاس، تماثل، تعدّي، تكافؤ.

(٥) التَّعَرُّف إلى مفهوم الاقتران.

(٦) إيجاد المجال، والمجال المقابل، والمدى لاقتران مُعطى.

(٧) التَّعَرُّف إلى أنواع الاقترانات.

(٨) إيجاد قاعدة تركيب اقترانَيْن.

(٩) إيجاد اقتران النظير (العكسي) لاقتران مُعطى.

(٢ – ١) الضّرْب الدّيكارتِيّ

نشاط (١): تشتهر بعض المدن الفِلَسطينيّة بصناعة الملابس، ويُنْتِجُ أحد المصانع تشكيلة من القمصان الّتي تتميز بألوان وقياسات مختلفة، أحد التصاميم الّتي يُنْتِجُها المصنع (٣٨، أحمر)، كما في الجدول الآتي:

القياس / اللّون	أحمر	أخضر	أصفر
٣٨	(٣٨، أحمر)	(٣٨، أخضر)	(،)
٤٠			
٤٢			

- أُكْمِلُ الجدول.
- هل الأزواج المرتّبة في الجدول تُمَثِّلُ كلّ التّصاميم؟

نشاط (٢): لتكن أ = { ٢ ، ٤ ، ٦ }، ب = { ٧ ، ٨ }، مجموعة جميع الأزواج المرتّبة الّتي مسقطها الأوّل ينتمي للمجموعة أ، ومسقطها الثّاني ينتمي للمجموعة ب، هي: {(٢ ، ٧) ، (٢ ، ٨) ، (،) ، (،) ، (،) ، (،)}.

تعريف (١): لتكن أ، ب مجموعتَيْن غير خاليتين، فحاصل الضّرْب الدّيكارتِيّ للمجموعتَيْنِ أ ، ب الّذي يُرْمَزُ له بالرّمز أ × ب، هو: مجموعة جميع الأزواج المرتّبة (س ، ص)، حيث س تنتمي للمجموعة أ، ص تنتمي للمجموعة ب،

وبالرّموز أ × ب = {(س ، ص): س ∈ أ، ص ∈ ب}

نشاط (٣): إذا كانت أ = { ١ ، ٢ ، ٣ }، ب = {٦ ، ٨}

فإنَّ أ × ب= {(١ ، ٦) ، (١ ، ٨) ، (٢ ، ٦) ، (٢ ، ٨) ، (٣ ، ٦) ، (٣ ، ٨)}.

ب × أ = {(٦ ، ١) ، (٦ ، ٢) ، (،) ، (،) ، (،) ، (،)}

هل أ × ب = ب × أ ؟ أفسّرُ إجابتي.

نشاط (٤): إذا كانت أ = { ٢ ، ٤ ، ٦ }، ب = { ٤ ، ٥ }، أُكْمِلُ:

أ × أ = {(٢ ، ٢) ، (٢ ، ٤) ، (،) ، (،) ، (،) ، (،) ، (،) ، (،) ، (،)}.

أ × ب = { }.

أ × (ب ∪ أ) = { }.

عدد عناصر أ × أ =

عدد عناصر أ×ب =

أتَعَلَّم: عدد عناصر المجموعة أ × ب = عدد عناصر المجموعة أ × عدد عناصر المجموعة ب .

تعريف (٢) لتكن (س ، ص) = (ع ، ل)، فإنَّ س = ع ، ص = ل، والعكس صحيح.

نشاط (٥): إذا علمتَ أنَّ (س – ١ ، ٧) = (٩ ، ص – ١)، أَجِدُ قيمة س، ص:

س – ١ = ٩	٧ = ________
ومنها: س = ١٠	ص = ________

نشاط (٦):

إذا علمتَ أنّ (س^٢ ، ٧) = (٤٩ ، ص + ٨)، أَجِدُ قيمة س، ص:

س^٢ = ٤٩

س = ± $\sqrt{٤٩}$

= ± ____

____ = ص + ٨

ص = ________________

تمارينُ ومسائِل

١ إذا كانت أ = {٢ ، ٤ ، ٦ } ، ب = { ٣ ، ٥ }، أضعُ إشارة (✓) أمام العبارة الصَّحيحة، وإشارة (×) أمام العبارة الخاطئة في كلٍّ ممّا يأتي:

أ (٢ ، ٣) ∈ أ × ب ______ ب (٦ ، ٤) ∈ أ × ب ________

جـ (٤ ، ٤) ∈ أ × أ ______ د (٣ ، ٢) ∈ ب × أ ______

٢ إذا كانت أ = { ١ ، ٢ ، ٣ }، ب = {٢ ، ٤ ، ٦ } ، جـ = { -٣ ، ٤ }، أَجِدُ:

أ أ × ب . ب أ × جـ .

جـ (أ × ب) ∪ (أ × جـ). د أ × (ب ∪ جـ).

٣ إذا كانت أ = {٣ ، ٥ ، ٧ ، ٩ } ، ب = {س : س عدد طبيعي محصور بين ٤ ، ٢٣، ويقبل القسمة على ٥ دون باقٍ}، ما عدد عناصر حاصل الضّرْب الدّيكارتِيّ لـ أ × ب؟

٤ أَجِدُ قيم س، ص الحقيقيّة الّتي تحقّق:

أ (س + ٣ ، ص − $\frac{١}{٢}$) = (٧ ، $\frac{٣}{٢}$). ب (س ، ص^٢) = (٢س − ٢ ، ١).

(٢ – ٢) العلاقة

نشاط (١): يعد الحق في إدارة الشؤون العامة من الحقوق الأساسية للمجتمعات، تعاني بعض القرى الفِلَسطينيّة من شُحٍّ في الطّاقة الكهربائيّة، فقامت إحدى البلديّات برصد عدد المصابيح المضاءة، والطّاقة المستهلكة في أحد المنازل لمدّة ستّة أيّام؛ لأغراض دراسة الاستهلاك في الطّاقة الكهربائيّة، فكانت النتائج كما في الجدول الآتي:

عدد المصابيح (س)	٨	٦	٥	٤	٣	٢
الطّاقة المستهلكة (ص) بالكيلو واط/ ساعة	٦	٥	$٤\frac{١}{٢}$	$٣\frac{١}{٤}$	٢	$١\frac{٦}{١٠}$

يمكن التّعبير عن عدد المصابيح والطّاقة المستهلكة بأزواج مرتّبة:

{(٨ ، ٦) ، (٦ ، ٥) ، (،) ، (،) ، (،) ، (،)}

تُسمّى هذه الأزواج المرتّبة علاقة بين عدد المصابيح المضاءة وكمية الطّاقة المستهلكة.

إذا كان عدد المصابيح المضاءة يساوي ٥، فما مقدار الطّاقة المستهلكة؟

أتعلّم: العَلاقة: هي أيّ مجموعة من الأزواج المرتّبة.

تُسَمّى مجموعة كلِّ المساقط الأولى للأزواج المرتّبة في العلاقة مجالَ العلاقة.

تُسَمّى مجموعة كلِّ المساقط الثّانية للأزواج المرتّبة في العلاقة مدى العلاقة.

نشاط (٢): لتكن العلاقة ع = {(١ ، ٢) ، (٣ ، ٦) ، (٤ ، ٨) ، (٥ ، ١٠)}

المجال = { ١ ، ٣ ، ٤ ، ٥ } ، المدى = { }

ألاحظُ أنَّ عناصر المسقط الثّاني تساوي ضعفَي عناصر المسقط الأوّل.

نشاط (٣): إذا كانت أ ={ ٢ ، ٤ ، ٦ } ، ب = { ١ ، ٢ } ، فإنَّ:

أ × ب = {(٢ ، ١) ، (٢ ، ٢) ، (٤ ، ١) ، (،) ، (،) ، (،) ، (،)} ، أُكْمِلُ كتابة الأزواج المرتبة:

أ × أ = {(٢ ، ٢) ، (٢ ، ٤) ، (٢ ، ٦) ، (٤ ، ٢) ، (٤ ، ٤) ، (،) ، (،) ، (،) ، (،)}

ع$_{١}$ = {(٢ ، ١) ، (٤ ، ١) ، (٦ ، ١)} ، ع$_{٢}$ = {(٢ ، ١) ، (٢، ٢) ، (٤ ، ١)}

ع$_{٣}$ = {(٢ ، ٢) ، (٤، ٤) ، (٤ ، ٦)}

أُلاحظُ أنَّ: ع$_{١}$ ⊆ أ × ب ، ع$_{٢}$ ___ أ × ب ، ع$_{٣}$ ⊆ ___

تعريف: أيّ مجموعة جزئية من أ × ب تُسَمّى علاقة من المجموعة أ إلى المجموعة ب: (ع ⊆ أ × ب).

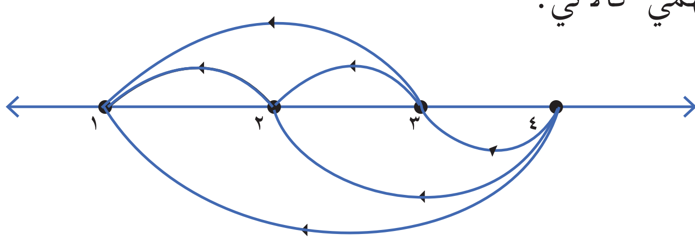
ملاحظة: إذا كانت أ = ب، فإنَّ العلاقة تُسَمّى علاقة على أ، ويمكن تمثيل العلاقة بعدّة طرق.

نشاط (٤):

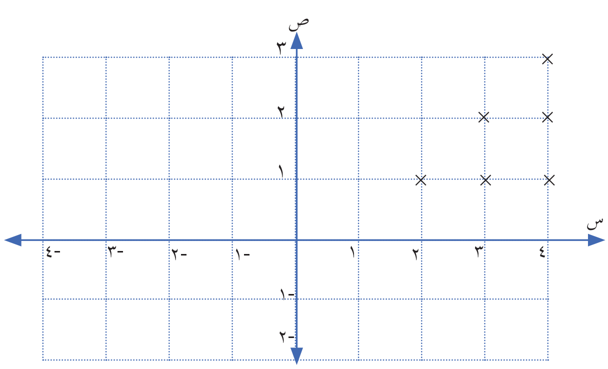
لتكن أ = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ }، وكانت العلاقة ع معرّفة على أ كما يلي:

ع = {(س ، ص) ∈ أ × أ : س > ص } ، ع = {(٢ ، ١) ، (،) ، (،) ، (،) ، (،) ، (،)}

يمكن تمثيل العلاقة ع بمخطط سهميّ كالآتي:



كما يمكن تمثيلها بيانيّاً في المستوى الدّيكارتيّ كما يأتي:

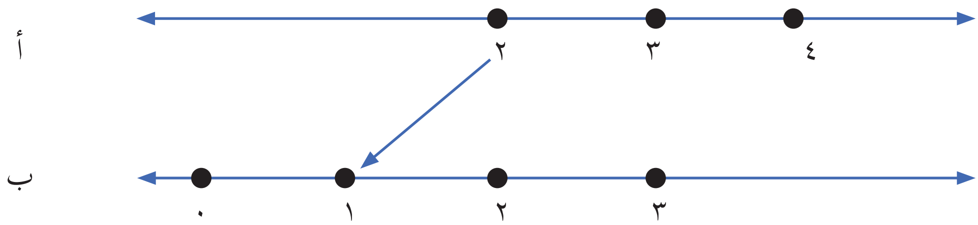


نشاط (٥): لتكن أ = {٢ ، ٣ ، ٤ } ، ب = { ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ } ، وكانت العلاقة ع معرّفة من أ إلى ب: ع = {(س ، ص) ∈ أ × ب: س – ص = ١ }

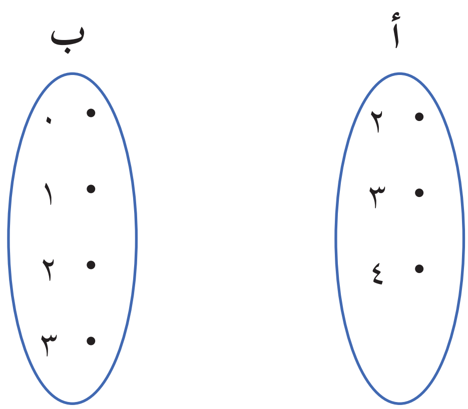
ع = {(٢ ، ١) ، (،) ، (،)}

يمكن تمثيل العلاقة ع بالمخطّطات السهميّة:

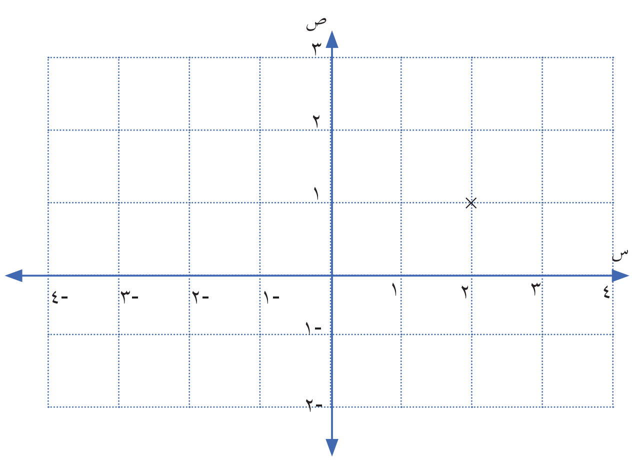
أُضيفُ الأسهم على الشَّكْل:



أُضيفُ الأسهم على الشَّكْل:



أُمَثِّلُ العلاقة بالمستوى الدّيكارتِيّ:



تمارينُ ومسائِل

١ أقدّر الزّمن بالدّقائق الّتي أقضيها في دراسة الموادّ الدراسيّة في اليوم، والمبيّنة في الجدول، ثُمَّ أَكْتُبُ العلاقة ع على شكل أزواج مرتّبة، والّتي مسقطها الأوّل المادّة الدراسيّة والمسقط الثّاني الزّمن بالدّقائق، ثُمَّ أَكْتُبُ مجال هذه العلاقة ومداها.

المادّة الدراسيّة	رياضيّات	لغة عربيّة	لغة إنجليزيّة	العلوم والحياة	تربية إسلاميّة
الزّمن بالدّقائق					

٢ أ = { -١، ٠ ، ٢ }، ب = { ١ ، ٢ ، ٣}، أيّ المجموعات الآتية تُمَثِّلُ علاقة من أ إلى ب:

أ ع$_١$ = {(٢ ، ٢) ، (٢ ، ٣) ، (٠ ، ٢)} .

ب ع$_٢$ = {(١ ، ٠) ، (١ ، -١) ، (٣، ٢)} .

٣ أَجِدُ المجال والمدى للعلاقة الآتية:

ع = {(١ ، ٢) ، (١ ، ٤) ، (٣ ، ٢) ، (٥ ، -٦) ، (٦ ، ٦)}

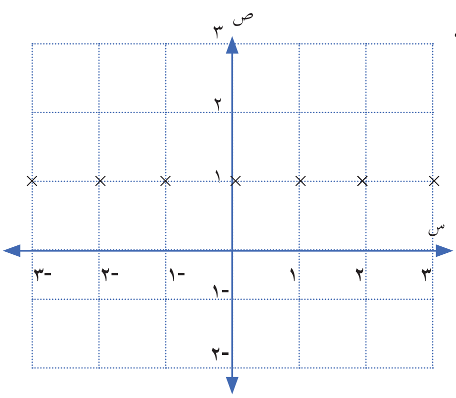
٤ لتكن أ = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦}، وكانت العلاقة ع معرّفة على أ، بحيث:

ع = {(س، ص) ∈ أ × أ: س = ص + ٣}، أَكْتُبُ ع على شكل مجموعة من الأزواج المرتّبة.

٥ لتكن أ = {١ ، ٢ ، ٣} ، ب = {٢ ، ٣، ٤ ،٦ ، ٩}، وكانت العلاقة ع من أ إلى ب، بحيث ع = {(س ، ص) ∈ أ × ب: المسقط الأوّل يساوي $\frac{١}{٣}$ المسقط الثّاني} ، أَجِدُ:

أ العلاقة ع على شكل مجموعة من الأزواج المرتّبة .

ب أُمَثِّلُ العلاقة ع بمخطط سهميّ.



٦ مُثِّلَتِ العلاقة ع بيانيّاً في المستوى الدّيكارتيّ، كما في الشّكْل، أَجِدُ من الشّكْل مجال ومدى العلاقة ع.

(٢ – ٣) خواصّ العلاقات

نشاط (١): بسبب ما يتعرّض له شعبنا من إصابات على يد الاحتلال الصّهيونيّ، تطوّرت عند المجتمع الفِلَسطينيّ ثقافة التَّبرُّع بالدّم بشكل ملحوظ، ومن المعلوم أنّ فصائل الدّم هي: O , AB , B , A ، وكلّ إنسان يحمل إحدى هذه الفصائل، ويمكن لشخصٍ ما التَّبرُّع بالدّم لشخص آخر، وَفْقَ العلاقة الآتية: (فصيلة دم المتبرَّع له، فصيلة دم المتبرِّع):

{(A ، A) ، (A ، AB) ، (B ، B) ، (B ، AB) ، (AB ، AB) ، (O ، A) ، (O ، B) ، (O ، AB) ، (O ، O)}

- لا يمكن لحامل فصيلة دم AB التَّبرُّع بالدّم لشخص فصيلة دمه O
- يمكن لحامل فصيلة دم B التَّبرُّع بالدّم لشخصٍ فصيلة دمه ________

نشاط (٢)****:** إذا كانت أ = {١٥ ، ٢٠ ، ٢٥ } ، وكانت العلاقة ع ، بحيث:

ع = { (س ، ص) ∈ أ × أ : س ⩽ ص }

العلاقة ع = {(١٥ ، ١٥)،(١٥ ، ٢٠) ، (،) ، (،) ، (،) ، (،)}

(١٥ ، ١٥) ∈ ع

(٢٠ ، ٢٠) __ ع

(٢٥ ، ٢٥) __ ع

تعريف (١): علاقة الانعكاس:

تُسَمّى العلاقة ع علاقة انعكاس على أ، إذا كان (س ، س) ∈ ع لكل س ∈ أ .

** سنتناول في هذا الدرس العلاقات على مجموعة واحدة.

نشاط (٣): إذا كانت أ ={١ ، ٣ ، ٥ ، ٧}

ع١ = {(١ ، ١) ، (٣ ، ٣) ، (٥ ، ٧) ، (٧ ، ٧)}

ع١ ليست علاقة انعكاس؛ لأنّ (٥ ، ٥) لا ينتمي للعلاقة ع١

ع٢ = {(١ ، ١) ، (٣ ، ٣) ، (٣ ، ٥) ، (٥ ، ٥) ، (٧ ، ٧) }

ع٢ ________________________________

نشاط (٤): لتكن أ = { ١، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ } ، ع علاقة معرّفة على أ، حيث:

ع ={(س ، ص) ∈ أ × أ: س + ص = ٦}

ع = {(٣ ، ٣) ، (٢ ، ٤) ، (،) ، (،) ، (،)}

(١ ، ٥) ∈ ع

(٥ ، ١) ___ ع

(٢ ، ٤) ___ ع

(٤ ، ٢) ___ ع

ماذا تلاحظ؟

تعريف(٢): علاقة التّماثُل :

العلاقة ع على أ تُسَمّى علاقة تماثل، إذا كان (س ، ص) ∈ ع ، فإنَّ (ص ، س) ∈ ع .

نشاط (٥): إذا كانت أ = {-١ ، -٢ ، ٣ ، ٥}

ع١ = {(-١ ، -١) ، (-١ ، ٣) ، (٣ ، -١) ، (-٢ ، -٢) ، (٣ ، ٣) ، (-٢ ، ٥) ، (٥ ، -٢) ، (٥ ، ٥)}

ع١ علاقة تماثل لانه إذا كان (س ، ص) ∈ ع١ فإنَّ (ص ، س) ∈ ع١

حيث (-١ ، ٣) ∈ ع١ كذلك (٣ ، -١) ∈ ع١ ، (-٢ ، ٥) ∈ ع١ كذلك (٥ ، -٢) ∈ ع١

ع٢ = {(-١ ، -١) ، (٣ ، ٣)،(٥ ، -١) ، (٥ ، ٥)}

ع٢ ________________________________

نشاط تعاونيّ (٦): يقسّمُ المعلم الطلبة إلى مجموعات؛ لنعرفَ أيّ الطلبة الأطول فيها، ولنقارن بين الطلبة الثلاث على شكل مجموعات. فمثلاً: محمد، خالد، عبد الله، نقول: محمد أطول من خالد، ونُعَبِّرُ عنها: (محمد، خالد)، ونقارن هكذا: (محمد، خالد)، (خالد، عبد الله)، ومنها (محمد، عبد الله)؛ أي أنّ محمد أطول من عبد الله.

(مها ١٥٥سم، وأمل ١٦٢سم، ومريم ١٦٠سم):

(أمل، مريم)، (مريم، ـــــ)، ومنها: (ـــــــــ، ـــــــــ)

نُكرِّرُ اللُّعبة مع طلبة آخرين.

تعريف(٣): علاقة التعدّي:

العلاقة ع على المجموعة أ تُسَمّى علاقة تعدّي إذا كان:

(س ، ص) ∈ ع ، (ص ، ل) ∈ ع ، فإنَّ (س ، ل) ∈ ع ، حيث س، ص، ل ∈ أ.

نشاط (٧): لتكن أ = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٨ }

ع$_1$ = {(س ، ص) ∈ أ × أ : س × ص = ٨}

ع$_1$ = {(١ ، ٨) ، (٨، ١) ، (٢ ، ٤) ، (٤ ، ٢)} ، أُلاحظُ أنّ:

(١ ، ٨) ∈ ع$_1$ ، (٨ ، ١) ∈ ع$_1$ ، لكن (١ ، ١) لا تنتمي لـ ع$_1$ ، إذن ع$_1$ ليست علاقة تعدّي.

ع$_2$ = {(س ، ص) ∈ أ × أ : س < ص}

ع$_2$ = {(١ ، ٢) ، (١ ، ٣) ، (١ ، ٤) ، (١، ٨) ، (٢ ، ٣) ، (٢ ، ٤) ، (٢، ٨) ، (٣ ، ٤) ، (٣ ، ٨) ، (٤ ، ٨) } ، أُلاحظُ، وأُكمِلُ:

(١ ، ٢) ∈ ع$_2$ ، (٢ ، ٣) ∈ ع$_2$ وكذلك (١ ، ٣) ∈ ع$_2$

(١ ، ٢) ∈ ع$_2$ ، (٢ ، ٤) ∈ ع$_2$ وكذلك (،) ∈ ع$_2$

(١ ، ٣) ∈ $ع_{٢}$ ، (٣ ، ٤) ∈ $ع_{٢}$ وكذلك (،) ∈ $ع_{٢}$

(٢ ، ٣) ∈ $ع_{٢}$ ، (٣ ، ٤) ∈ $ع_{٢}$ وكذلك (،) ∈ $ع_{٢}$

أي انه (س ، ص) ∈ $ع_{٢}$ ، (ص ، ل) ∈ $ع_{٢}$ فإنَّ (س ، ل) ∈ $ع_{٢}$ ، اذن $ع_{٢}$ علاقة تعدّي.

تعريف (٤): العلاقة ع على المجموعة أ تُسَمّى علاقة تكافؤ على أ ، إذا كانت ع علاقة: انعكاس، وتماثل، وتعدّي على المجموعة أ .

نشاط (٨): إذا كانت أ = {١ ، $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{١}{٣}$ ، $\frac{١}{٤}$ }، وكانت العلاقة ع معرّفة على أ ، بحيث:

ع = {(١ ، ١)،(١ ، $\frac{١}{٢}$)،($\frac{١}{٢}$ ، ١) ، ($\frac{١}{٢}$ ، $\frac{١}{٢}$) ، ($\frac{١}{٣}$ ، $\frac{١}{٣}$) ، ($\frac{١}{٤}$ ، $\frac{١}{٤}$)}

ع علاقة انعكاس على أ ؛ لأنّ: كلّ عنصر في المجموعة أ ارتبط بنفسه في العلاقة ع.

ع علاقة تماثل على أ؛ لأنّ: ...

ع علاقة تعدّي على أ؛ لأنّ: ...

ع علاقة تكافؤ على أ ؛ لأن: ...

ملاحظة: إذا كانت أ = {١، ٢، ٣} ، فإنَّ:

$ع_{١}$ = {(١ ، ١) ، (٢ ، ٢) ، (٣ ، ٣)} هي علاقة تكافؤ تحتوي على أقل عدد من العناصر.

$ع_{٢}$ = أ × أ هي علاقة تكافؤ تحتوي على أكبر عدد من العناصر.

تمارينُ ومسائِل

١ أيُّ العلاقات الآتية علاقة انعكاس، وأيُّها ليست علاقة انعكاس، مع ذكر السبب:

إذا كانت أ = {٢ ، ٤ ، ٦} ، وكانت ع علاقة معرّفة على أ ، حيث:

أ) ع = {(٢ ، ٤) ، (٢ ، ٦) ، (٢ ، ٢) ، (٤ ، ٢) ، (٤ ، ٤)} .

ب) ع = {(س ، ص) ∈ ح × ح: س ⩽ ص} . (ح مجموعة الأعداد الحقيقيّة).

٢ أيّ العلاقات الآتية علاقة تماثل، وأيّها ليست علاقة تماثل، مع ذكر السبب:

إذا كانت أ = { -١ ، ٠ ، ١ } ، وكانت ع علاقة معرّفة على أ ، حيث:

أ) ع = {(-١ ، -١) ، (١ ، ٠) ، (١ ، ١) ، (٠ ، ١)} .

ب) ع = {(س ، ص) ∈ ص × ص : س^{٢} + ص^{٢} = ١} . (ص مجموعة الأعداد الصَّحيحة).

٣ إذا كانت أ = {١ ، ٢ ، ٣} ، وكانت ع علاقة على أ ، بحيث:

ع = {(١ ، ١) ، (١ ، ٢) ، (٢ ، ٣) ، (٣ ، ٣)}

أُبيِّنُ فيما إذا كانت العلاقة ع علاقة تعدّي على أ ، أم لا؟ أوضِّح إجابتي.

٤ لتكن أ = {-٢ ، -١ ، ١ ، ٣} ، فأيُّ من العلاقات الآتية علاقة تكافؤ على أ ، مع ذكر السبب؟

ع$_{١}$ = {(-٢ ، -٢) ، (-٢ ، -١) ، (-١ ، -٢) ، (-١ ، -١) ، (١ ، ١) ، (٣ ، ٣)}

ع$_{٢}$ = {(-١ ، -١) ، (١ ، ٣) ، (-٢ ، ٣)}

ع$_{٣}$ = أ × أ

٥ أُبيِّنُ فيما إذا كانت ع = {(س ، ص) ∈ ط* × ط*: س أحد عوامل ص} علاقة انعكاس، أو تماثل، أو تعدّي على ط*، أم لا، مع ذكر السبب؟

٦ أُفكِّر:

إذا كانت أ = {٢ ، ٤ ، ٦} ، فهل العلاقة ع = {(٢ ، ٤)} علاقة تعدّي على أ ، أم لا؟

٧ لتكن س= {أ ب ، ب جـ ، جـ د ، د أ} هي مجموعة أضلاع المربّع أ ب جـ د ، فهل علاقة التّوازي على المجموعة س تشكّل علاقة تكافؤ أم لا، مع ذكر السبب؟

(٢ – ٤) الاقتران

نشاط (١): تقوم وزارة الدّاخلية الفِلَسطينيّة بتنظيم سِجِلّات المواطنين، بحيث يحمل كلّ مواطن ما يدلّل على شخصيّته، مثل تاريخ الولادة ومكانها...، وسوف نأخذ من السِجِلّات الاسم، وتاريخ الميلاد، وفي هذه الحالة يكون الاسم هو المدخلات (المجال)، وتاريخ الميلاد هو المخرجات (   ).

- أَكْتُبُ اسمي: ________________ أَكْتُبُ تاريخ ميلادي: ________________
- أَكْتُبُ اسم زميلي: ________________ أَكْتُبُ تاريخ ميلاده: ________________
- هل لكلّ طالب تاريخُ ميلاد؟
- هل يوجد طالب له أكثر من تاريخ ميلاد؟

تعريف (١): الاقتران ق هو علاقة من المجموعة أ إلى المجموعة ب ، بحيث يرتبط كلّ عنصر من عناصر أ بعنصر واحد فقط من عناصر ب .

إذا كان الاقتران ق من أ إلى ب (ق: أ ⟵ ب) .

تُسَمّى المجموعة أ مجال الاقتران ق.

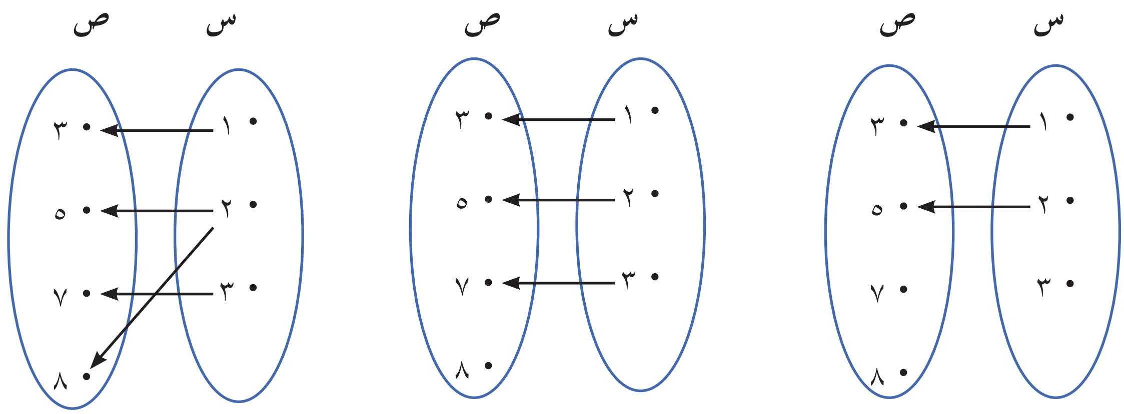
تُسَمّى المجموعة ب المجال المقابل للاقتران ق.

تُسَمّى صُوَر العناصر المدى؛ أي أنّ (المدى ⊆ المجال المقابل).

إذا كان (س ، ص) ∈ ق ، فإنّنا نكتب: ق(س) = ص ، وتُسَمّى ص صورة العنصر س.

نشاط (٢):

أُلاحظ العلاقات الممثّلة في الأشكال الآتية:



شكل(١)

صورة ١ هي ٣

صورة ٢ هي ٥

العنصر ٣ ليس له صورة

شكل(٢)

صورة ١ هي ٣

صورة ٢ هي ٥

صورة ٣ هي ٧

شكل(٣)

صورة ١ هي ٣

العنصر ٢ له صورتان ٥ وَ ٨

صورة ٣ هي ٧

العلاقة في الشَّكْل (١) ليست اقتراناً.

العلاقة في الشَّكْل (٢) ________ .

العلاقة في الشَّكْل (٣) ________ .

نشاط (٣):

إذا كانت أ = { ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ }، ب = {٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧ } ،
وكان الاقتران ق من أ إلى ب (ق : أ ⟵ ب) ، بحيث:

ق : س ⟵ ٢س (يمكن أن تُكْتَبَ ق(س) = ٢س ، وتُسَمّى قاعدة الاقتران).

ق(٠) = ٢ × ٠ =٠.

ق(١) = ٢ × ١ = ٢

ق(٢) = ________

ق(٣) = __________

الاقتران ق = {(٠ ، ٠) ، (١ ، ٢) ، (،) ، (،)}

المجال = {   }

المجال المقابل = {   }

المدى = {   }

نشاط (٤): إذا كانت ص مجموعة الأعداد الصَّحيحة، وكان الاقتران ق: ص ⟵ ص، بحيث:

ق(س) = ٢س + ١

ق(-٢) = ٢ × -٢ + ١ = -٣

ق(-١) = ____________

ق(٠) = ____________

ق(١) = ____________

إذا كان الزّوج المرتّب (س ، ١١) يحقّق قاعدة الاقتران ق ، فما قيمة س؟

(س ، ١١) تعني أن ق(س) = ١١

ق(س) = ٢س + ١

١١ = ٢س + ١

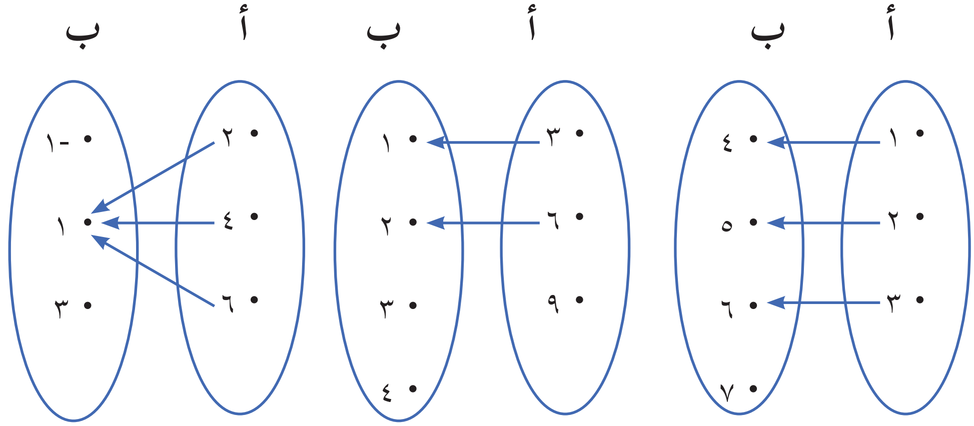
س = ٥

أُفَكِّر وأُناقش

هل كلُّ علاقةٍ اقتران؟

تمارينُ ومسائِل

١ أيّ العلاقات الآتية تُعَدُّ اقتراناً، وأيُّها لا يُعَدُّ اقتراناً؟، وإذا كانت اقتراناً، أَكْتُبُ: المجال، والمجال المقابل، والمدى لها.



٢ إذا كان ق = {(٢ ، ١) ، (٥ ، ١) ، (٣ ، ٣)} ، أَجِدُ: ق(٣) ، ق(٥) ، ق(٢) .

٣ إذا كان ق: ح ⟵ ح ، وكان ق(س) = أس – ٦ ، أَجِدُ قيمة أ ، حيث ق(٢) = صفر.

٤ إذا كانت أ = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤} ، ب = {٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤} ، وكان الاقتران ق: أ ⟵ ب ، بحيث ق(س) = س – ١، أَجِدُ عناصر المدى.

٥ إذا كانت ح مجموعة الأعداد الحقيقيّة، وكان الاقتران ق:ح ⟵ ح ، بحيث ق(س) = س^{٢}. أَجِدُ:

أ ق(-٢) ، ق(٥) ، ق($\frac{١}{٢}$) ، ق($\sqrt{٣}$).   ب إذا كان ق(أ) = ٣٦، فما قيمة/قيم أ؟

٦ إذا كانت أ = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥} ، وكانت ب = {٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧ ، ٨} ، وكان الاقتران ق: أ ⟵ ب ، بحيث: ق(س) = ٢ س ، إذا كانت س عدداً زوجيّاً .
و ق(س) = س + ٢ ، إذا كانت س عدداً فرديّاً.   أَجِدُ:
ق(١) ، ق(٢) ، ق(٣) ، ق(٤) ، ق(٥).

٧ يُنْتِجُ مصنعٌ للثّلّاجات (س) ثلّاجة يوميّاً، ثمن الثّلّاجة الواحدة (٦٠٠) دينار، ويدفع المصنع مصاريف عامّة أُخرى، بمقدار (٢٠٠٠٠) دينار يوميّاً، فاذا أنتج المصنع في يوم واحد(٣٠٠) ثلّاجة،

- أَجِدُ أرباح المصنع في ذلك اليوم.
- أَكْتُبُ قاعدة الاقتران الّتي تُمَثِّلُ أرباح المصنع في اليوم الواحد.

(٢ – ٥) أنواع الاقترانات

نشاط تعاونيّ (١): تنظّم وزارة الدّاخليّة الفِلَسطينيّة سِجلّات المواطنين، بحيث يحمل كلّ مواطن رَقْماً يُسَمّى رَقْم البطاقة الشخصيّة (رَقْم الهُويَّة)، أَكْتُبُ وأفرادَ مجموعتي الاسمَ الرُّباعيَّ لكلِّ فردٍ فيها، وَرَقْم البطاقةِ الشخصيّة، وأعرضُها على شكل مجموعة.

لا يوجد مواطن له أكثر من بطاقة شخصيّة، السبب: ________ .

هل مجموعة الأزواج المرتّبة تُمَثِّلُ اقتراناً أم لا؟

هل يوجد مواطنان لهما رَقْم البطاقة الشخصيّة نفسه؟

نشاط (١): إذا كانت أ = {٠ ، ١ ، ٢} ، ب = {١ ، ٢ ، ٥}، وكان الاقتران:

ق: أ ⟵ ب، بحيث ق(س) = $س^٢$ + ١

ق(٠) = $(٠)^٢$ + ١ = ١

ق(١) = _____ =

ق(٢) = _____ =

المدى = {   }

المجال المقابل ______ المدى . (يساوي، لا يساوي)

تعريف (١): يُسَمّى الاقتران ق: أ ⟵ ب اقتراناً شاملاً، إذا كان مداه = مجاله المقابل.

نشاط (٢): إذا كانت ط مجموعة الأعداد الطبيعية، وكان الاقتران ق: ط ⟵ ط، بحيث: ق(س) = ٣س

ق(٠) = ٣ × ٠ = ٠ ، ق(١) = _____ = _____ ، ق(٢) = _____ = _____،

ق(٩) = _____ = _____، ق(١٠) = _____ = _____

المدى = { ٠ ، ، ، ، ، .... }

هل ق اقتران شامل؟ أفسر إجابتي.

نشاط (٣): مُثِّلَ الاقترانان ق ، هـ كالآتي:

ق = {(-٧ ، $\frac{١}{٢}$) ، (-٢ ، ١) ، (٠ ، -١) ، (١ ، ٥)}

هـ = {(-٥ ، -١) ، (-٤ ، ٠) ، (-٢ ، ١) ، (١ ، ٢) ، (٢ ، ١)}

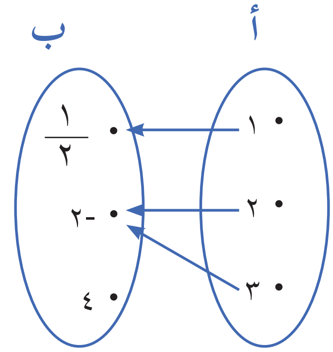
في الاقتران ق	في الاقتران هـ
ق(-٧) = $\frac{١}{٢}$	هـ(-٥) = -١
ق(-٢) = ١	هـ(-٤) = ٠
ق(٠) = ____	هـ(-٢) = _____
ق(١) = ____	هـ(١) = ______
هل يوجَدُ عنصران في مجال الاقتران ق لهما الصّورة نفسها في المدى؟	هـ(٢) = ______
	هل يوجَدُ عنصران في مجال الاقتران هـ لهما الصّورة نفسها في المدى؟

تعريف (٢): يُسَمّى الاقتران ق: أ ⟵ ب اقتراناً واحداً لواحد، إذا كان كل عنصر في المدى صورة لعنصر واحد فقط في المجال؛ أي أنّه لكلّ س$_{١}$ ، س$_{٢}$ في المجال، إذا كان س$_{١}$ ≠ س$_{٢}$ ، فإنَّ:

ق(س$_{١}$) ≠ ق(س$_{٢}$).

وإذا كان ق(س$_{١}$) = ق(س$_{٢}$) و س$_{١}$ ≠ س$_{٢}$ ، فإنَّ ق ليس واحداً لواحد.

نشاط (٤): لديك الاقتران ق: أ ⟵ ب الآتي:



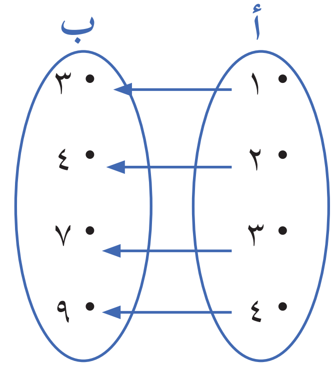
ق(١) = $\frac{١}{٢}$

ق(٢) = ____

ق(٣) = ____

هل ق اقتران واحد لواحد؟ أذكر السبب.

نشاط (٥): لديك الاقتران ق: أ ⟵ ب الآتي:



– الاقتران ق اقتران واحد لواحد. لماذا؟

– هل الاقتران ق شامل؟

تعريف(٣): يُسَمّى الاقتران ق: أ ⟵ ب اقترانَ تناظر إذا حقَّق الشرطين الآتيين:

١) أن يكون الاقتران ق واحداً لواحد.   ٢) أن يكون الاقتران ق شاملاً.

نشاط (٦): إذا كان الاقتران ق: ح ⟵ ح ، بحيث: ق(س) = س^{٢} + ١ .

ق(٣) = (٣)^{٢} + ١ = ١٠ ، ق(-٣) = ______ = ___

هل الاقتران ق واحد لواحد؟ لماذا؟

الاقتران ق ليس شاملاً. أُوضِّح ذلك.

هل الاقترانُ اقترانُ تناظر؟ لماذا ؟

تمارينُ ومسائِل

١ إذا كانت أ = { -٢ ، -١ ، ٠ ، ١} ، ب = {-٣ ، -١ ، ١ ، ٣ ، ٥ ، ٧ } ، وكان الاقتران ق: أ ⟵ ب ، بحيث: ق(س) = ٢س + ١ ، أُبيِّنُ فيما إذا كان الاقتران ق اقتراناً شاملاً أم لا؟ مع ذكر السبب.

٢ إذا كانت ص هي مجموعة الأعداد الصَّحيحة، وكان الاقتران ق: ص ⟵ ص ، بحيث: ق(س) = س^{٢} ، أُبيِّنُ فيما إذا كان الاقتران ق اقتراناً شاملاً أم لا ؟ مع ذكر السبب.

٣ أيّ من الاقترانات الآتية هي اقتران واحد لواحد، مع ذكر السبب؟

أ ق= {(س ، ١) ، (ص ، ٢) ، (ع ، ٣) ، (ل ، ١)} .

ب هـ = {(٠ ، ٢) ، (١ ، ٣) ، (٢ ، ٤) ، (٣ ، ٥)}.

٤ إذا كانت ص مجموعة الأعداد الصَّحيحة، وكان الاقتران ق: ص ⟵ ص ، بحيث:

ق(س) = ٢س . أُبيِّنُ فيما إذا كان الاقتران ق اقترانَ واحد لواحد أم لا، مع ذكر السبب؟

٥ إذا كان الاقتران ق: ط ⟵ ط ، بحيث: ق(س) = ٣س + ١ ، أُبيِّنُ فيما إذا كان الاقتران ق اقتران تناظر أم لا، مع ذكر السبب؟

(٢ – ٦) الاقتران الخطّيّ

نشاط (١): لتشجيع زراعة الأشجار المثمرة في فِلَسطين، قدّمت إحدى البلديّات الفِلَسطينيّة حوافز تشجيعيّة للمزارعين، بحيث تعطي ٢٥ شجرة مقابل كلِّ دونم يُزرَع.

زرع محمد ١٠ دونمات، فحصل على ٢٥٠ شجرة،

وزرع إلياس ١٢ دونماً، فحصل على ______________ شجرة.

تعريف (١): كلّ اقتران على الصّورة ق(س) = أس + ب ، حيث أ ، ب أعداد حقيقيّة أ ≠ صفر ، يُسَمّى اقتراناً خطّيّاً .

ملاحظة: إذا لم يُعْطَ مجال الاقتران الخطّيّ، وأعطِيت القاعدة، فيكون مجاله، ومجاله المقابل الأعداد الحقيقيّة ح . (ق: ح ⟵ ح).

نشاط (٢): أُكْمِلُ الآتي:

ق(س) = ٣س + ١: اقتران خطّيّ؛ لأنَّه على صورة ق(س) = أس + ب .

هـ(س) = ٦س^{٢} : ليس اقتراناً خطّيّاً؛ لأنَّه ليس على الصّورة أس + ب .

ل(س) = $\sqrt{٤س}$: ______________________

و(س) = ٢س : ______________________

م(س) = ٦ : ______________________

ع(س) = $\frac{٥}{٣س+١}$: ______________________

ك(س) = $\frac{٣س+١}{٥}$: ______________________

مِثال: أُمَثِّلُ ق(س) = ٣س + ١ في المستوى الدّيكارتِيّ:

الحل: لتمثيلِ الاقترانِ الخطّيّ في المستوى الدّيكارتِيّ، أُعَيّنُ نقطتَيْنِ على الأقلّ تنتميان للاقتران في المستوى الدّيكارتِيّ، ثُمَّ أَصِلُ بينهما بخطّ مستقيم:

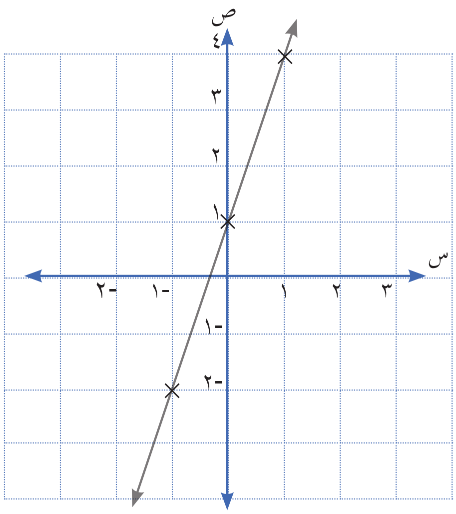
س	-١	٠	١
ص = ق(س)	-٢	١	٤

ق(-١) = ٣ × -١ + ١ = -٢ تُمَثَّلُ بالنُّقطة (-١ ، -٢).

ق(٠) = ٣ × ٠ + ١ = ١ تُمَثَّلُ بالنُّقطة (٠ ، ١).

ق(١) = ٣ × ١ + ١ = ٤ تُمَثَّلُ بالنُّقطة (١ ، ٤).

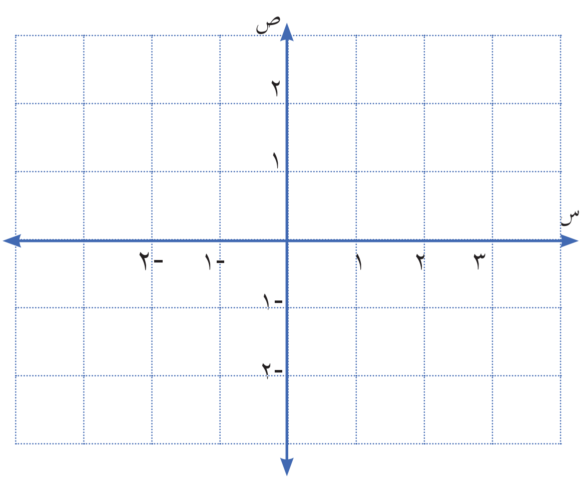
أُعَيِّنُ النِّقاط في المستوى الدّيكارتِيّ، وأَصِلُ بينها بخط مستقيم:



نشاط (٣): أُكْمِلُ الجدول وأُمَثِّلُ ق(س) = ٢س + ١ في المستوى الدّيكارتِيّ:

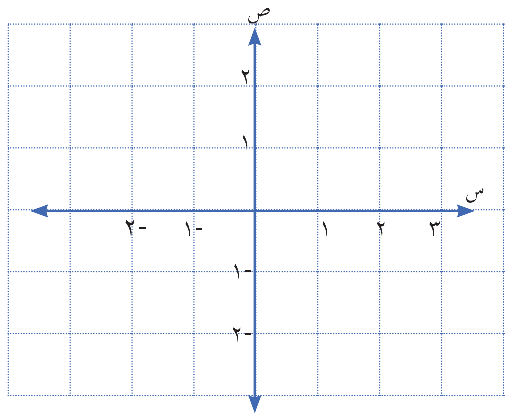
س	-١	٠	١
ص = ق(س)			

أُعَيِّنُ النِّقاط على المستوى الدّيكارتِيّ، وأَصِلُ بينها:



نشاط (٤): الاقتران ق(س) = س ، أُكْمِلُ الجدول الآتي، ثُمَّ أُمَثِّلُ الاقتران:

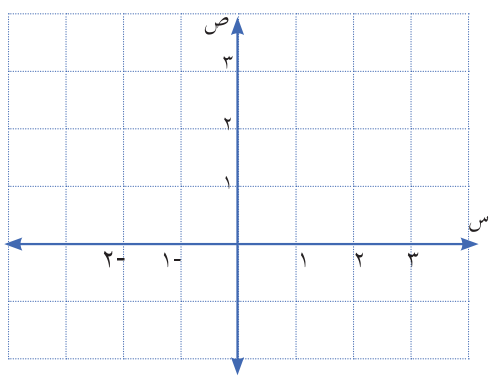
س	-٢	١	٣	٠
ص = ق(س)	-٢			



تعريف (٢): ق(س) = س يُسَمّى اقتراناً محايداً، وهو حالة خاصّة من الاقتران الخطّيّ.

نشاط (٥): الاقتران ق(س) = ٤ ، أُكْمِلُ الجدول الآتي ، ثُمَّ أُمَثِّلُ الاقتران:

س	-٣	٢	٤
ص = ق(س)	٤		



أَتَعَلَّم الاقتران ق(س) = ب، حيث ب ∈ ح يُسَمّى اقتراناً ثابتاً.

أُفَكِّر وأُناقش ماذا يمثل الاقتران ق(س) = صفر في المستوى الدّيكارتِيّ؟

تمارينُ ومسائِل

١ أيّ من الاقترانات الآتية يُعَدّ اقتراناً خطيّاً؟ ولماذ؟

أ $ق(س) = ٢س^{٣} - ١$

ب $ل(س) = ٣س^{-٢}$

جـ $هـ(س) = ٥س$

د $م(س) = ٢ - س$

هـ $و(س) = \frac{٣}{س} + ١٠$

٢ إذا كان $ق(س) = ٥س + ٢$ ، أَجِدُ كلّاً من: $ق(٤)$ ، $ق(\sqrt{٢})$ ، $ق(٠)$ ، $ق(-١)$.

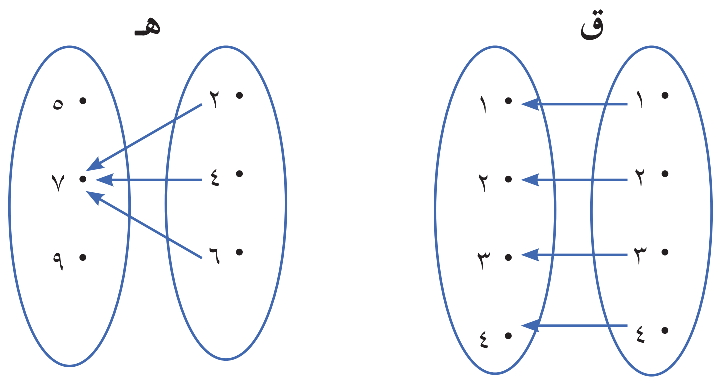
٣ أُمَثِّلُ الاقترانات الآتية في المستوى الدّيكارتِيّ:

أ $ق(س) = س + ٣$

ب $ق(س) = ١ - ٢س$

جـ $ق(س) = -٣$

٤ تمّ تمثيل اقترانَيْنِ بمخطَّطَيْنِ سهميَّيْن، أُحَدِّدُ أيُّهما اقتران ثابت، وأيُّهما اقتران محايد.



٥ قطعة أرض مربّعة الشَّكْل، طول ضِلْعها (س) متراً، يريد صاحبها إقامة سياج حولها، فإذا كانت تَكْلِفَة المتر (٥) دنانير، أَجِدُ:

أ الاقتران الذي يُمَثِّلُ تكاليف سياج الأرض بِدِلالة طول الضِّلْع (س).

ب إذا كان طول قطعة الأرض ٣٢م، فما تَكْلِفَة السّياج؟

تركيب الاقترانات

نشاط (١): تشرف سلطة النّقد الفِلَسطينيّة الّتي أنشئت عام ١٩٩٧م على سلامة العمل المصرفيّ، والحفاظ على الاستقرار النّقديّ، فتحويل ١٠٠ دولار يساوي ٧٠ ديناراً، وتحويل ٧٠ ديناراً يساوي ٣٧٠ ريالاً سعوديّاً. (هذه الأسعار عام ٢٠١٧م)

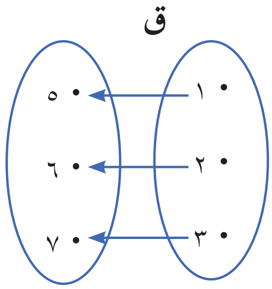
١٠٠ دولار تساوي ٧٠ ديناراً.

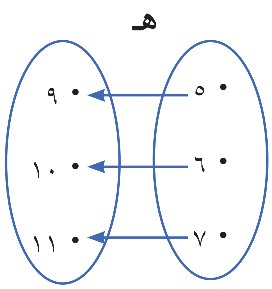
٧٠ ديناراً تساوي ٣٧٠ ريالاً سعوديّاً.

١٠٠ دولار تساوي ــــــــــــــــــ ريالاً سعوديّاً.

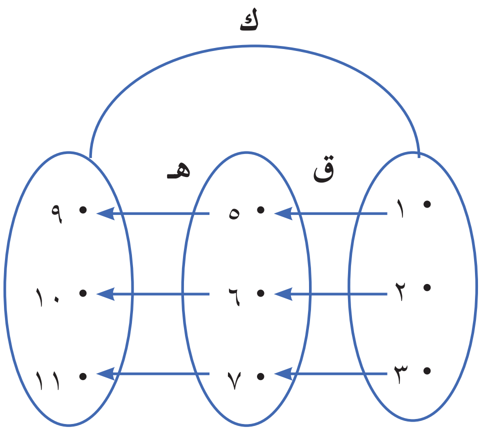
نشاط (٢): لديك الاقترانان

ق ، هـ، كما في الشَّكْل:



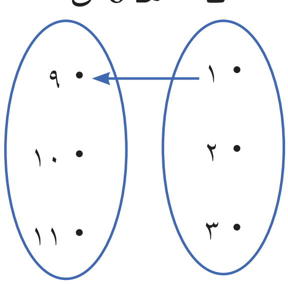


أُكَوِّنُ اقتراناً جديداً، مجاله هو مجال ق، ومداه هو مدى هـ، وليكن ك.



أُكْمِلُ تمثيل الاقتران ك بمخطط سهميّ:

ك = هـ ∘ ق



يُعَدّ الاقتران ك النّاتج تركيباً للاقترانين ق ، هـ ، ويُرْمَزُ له بالرَّمْز (هـ ∘ ق)، ويُقْرَأُ هـ بعد ق .

وبشكل عامّ: (هـ ∘ ق)(س) = هـ(ق(س))

مِثال: إذا كان ق(س) = ٢س + ١ ، هـ (س) = ٤س – ٣، أجد (هـ ∘ ق)(٢)

الحل: (هـ ∘ ق) (٢) = هـ (ق(٢))

= هـ (٢ × ٢ + ١)

= هـ (٥)

= ٤ × ٥ – ٣ = ١٧

نشاط (٣):

إذا كان ق(س) = ٣ + ٢س ، هـ(س) = ٥س – ١

(هـ ∘ ق) (س) = هـ (ق(س))

= هـ (٣ + ٢س)

= ٥×(   ) – ١

= ____________ = ١٤ + ١٠س

(ق ∘ هـ) (س) = ق (هـ(س))

= ق (٥س – ١)

= ٣ + ٢ × (   )

= ____________ = ١ + ١٠س

هل (هـ ∘ ق)(س) = (ق ∘ هـ) (س)؟

أتعلَّم: بشكل عام (هـ ∘ ق)(س) ≠ (ق ∘ هـ) (س)

نشاط (٤): إذا كان ق(س) = س^{٢} ، هـ (س) = ٣س − ١

(هـ ٥ ق) (١) = هـ (ق(١))

= هـ (١) = ٣ × (   ) − ١

= ____________

(ق ٥ هـ) (١) = ق (هـ (١))

= ___________ = ____________

تمارينُ ومسائِل

١ إذا كان ق(س) = ٢س − ٥

هـ(س) = ٣س + ٤ ، أَجِدُ: (ق ٥ هـ) (٣) ، (هـ ٥ ق) (٠) .

٢ إذا كان ق(س) = س^{٢} + ٣ ، أَجِدُ: (ق ٥ ق) (-٢) .

٣ إذا كان ق(س) = س^{٢} ، هـ(س) = $\sqrt{\text{س}}$ + ٣ ، أَجِدُ: (هـ ٥ ق) (٢) .

٤ أَجِدُ (ق ٥ هـ) (س) فيما يأتي:

أ ق(س) = ١ − ٥س ، هـ(س) = ٢س

ب ق(س) = س^{٢} − ١ ، هـ(س) = س + ٥

جـ ق(س) = ٢س^{٢} + ٣س + ١ ، هـ (س) = ٣س

٥ إذا كان ق(س) = س + ٣ ، هـ(س) = س^{٢} ، م(س) = ١ + ٢س

أَجِدُ: ((ق ٥ هـ) ٥ م)(٢)

(٢ – ٨) الاقتران النظير (العكسيّ)

نشاط (١): تُصدر وزارة السّياحة والآثار الفِلَسطينيّة كُتيِّباتٍ إرشاديّةً تشرح فيها عن المعالم السّياحيّة، كان في إحدى صفحات الكُتيِّبات بعضُ المدن الفِلَسطينيّة، والمعالم السياحية فيها، على النحو الآتي:

المدينة	المعلم السياحي
القدس	قبّة الصخرة
بيت لحم	كنيسة المهد
الخليل	المسجد الإبراهيميّ
غزّة	الجامع العمريّ الكبير
عكّا	جامع الجزّار

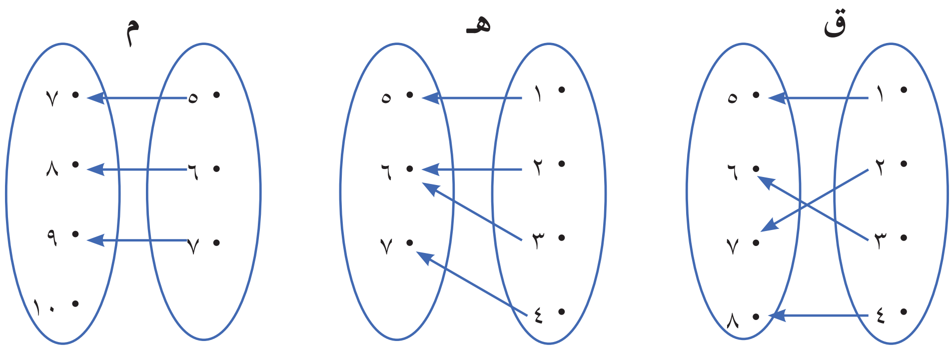
إذا اعتبرنا أنّ:

أ = {القدس، بيت لحم، الخليل، غزة، عكا}،

ب = {قبة الصخرة ، ، ، ، }

- العلاقة من أ ⟵ ب اقتران.
- هل العلاقة من ب ⟵ أ اقتران؟

نشاط (٢): لديك الاقترانات ق ، هـ ، م الآتية:



- الاقتران ق اقتران واحد لواحد.

هل الاقتران ق **شامل؟ تناظر**

هل يمكن تكوين اقتران جديد إذا عكسنا اتّجاه الأسهم؟

- الاقتران هـ: ____________

هل الاقتران هـ **شامل؟ تناظر**

- هل يمكن تكوين اقتران جديد إذا عكسنا اتّجاه الأسهم؟

- الاقتران م: ____________

هل الاقتران م **شامل؟ تناظر**

- هل يمكن تكوين اقتران جديد إذا عكسنا اتّجاه الأسهم؟

أَتَعلَّم: إذا كان الاقتران ق اقتران تناظر، فإنَّه يوجد له اقتران نظير نرمز له بالرمز $ق^{-1}$ ويقرأ نظير ق.

نشاط (٣): إذا كان ق = {(١ ، ٣) ، (٢ ، ١٥) ، (٣ ، ١٢) ، (٤ ، ٢٠)} اقتران تناظر

ق$^{-١}$ = {(٣ ، ١) ، (١٥ ، ٢) ، (،) ، (،)} .

ق(١) = ٣

ق(٣) =

ق$^{-١}$(١٢) = ٣

ق$^{-١}$(٣) =

نشاط (٤): إذا كان ق = {(١ ، ١) ، (٢ ، ٤) ، (٣ ، ٩) ، (٤ ، ١٦)} اقتران تناظر

ق$^{-١}$ = {(١ ، ١) ، (٤ ، ٢) ، (،) ، (،)} .

(ق o ق$^{-١}$)(٤) = ق(ق$^{-١}$(٤)) = ق(٢) = ٤

(ق$^{-١}$ o ق) (٤) = ________ = _____ = ___

ما العلاقة بين (ق o ق$^{-١}$)(٤) ، (ق$^{-١}$ o ق)(٤) .

أتعلّم: إذا كان ق(س) اقتران تناظر، وكان ق$^{-١}$(س) هو الاقتران النظير له، فإنَّ:
(ق o ق$^{-١}$) (س) = س و (ق$^{-١}$ o ق) (س) = س (الاقتران المحايد).

مِثال: إذا علمتُ أنّ ق(س) = ٢س + ٣ اقتران تناظر، أَجِدُ ق$^{-١}$(س) للاقتران، باستخدام قاعدة الاقتران المحايد:

الحل:

(ق o ق$^{-١}$) (س) = س

ق(ق$^{-١}$(س)) = س

٢ × ق$^{-١}$(س) + ٣ = س

٢ ق$^{-١}$(س) = س − ٣

ق$^{-١}$(س) = $\frac{\text{س} - ٣}{٢}$ = $\frac{\text{س}}{٢}$ − $\frac{٣}{٢}$ (أقارِنُ النّاتج مع ق(س)).

نشاط (٥): الاقتران العكسي للاقتران ق(س) = س^{٣} + ١ :

(ق ο ق$^{-١}$) (س) = س

ق(ق$^{-١}$(س)) = س

(   )^{٣} + ١ = س

________ = ____

ق$^{-١}$(س) = ____

أُفَكِّر وأُناقش

هل يوجد اقتران نظير للاقتران ق(س) = س^{٢} ؟

تمارينُ ومسائِل

١ أَجِدُ الاقتران العكسيّ للاقترانات الآتية، إن وُجِد:

أ ق = {(١ ، ٥) ، (٢ ، ٤) ، (٣ ، ١)} .

ب هـ = {(-١ ، ١) ، (٣ ، ٢) ، (٤ ، ٢) ، (٥ ، ٣)}

جـ م = {(-٣ ، -٢) ، (-١ ، ٠) ، (٠ ، ١) ، (١ ، ٢) ، (٢ ، ٣)}

٢ إذا كان ق = {(١ ، ٢) ، (٤ ، ١٢) ، (٥ ، ١٧)} اقترانَ تناظر، أَجِدُ:

ق$^{-١}$ ، ق(١) ، ق(٤) ، ق$^{-١}$ (١٧) ، ق$^{-١}$ (٢) .

٣ أَجِدُ: ق$^{-١}$(س) في كلٍّ من الاقترانات الآتية، إن أمكن:

أ ق(س) = ٣س − ١

ب ق(س) = س^{٢} + ٢

جـ ق(س) = ٢س^{٣} − ٤

د ق(س) = أس + ب ، حيث أ ≠ صفراً.

٤ أُبَيِّنُ باستخدام عمليّة تركيب الاقتران أنّ ق$^{-١}$(س) = $\sqrt[٣]{س}$ هو الاقتران العكسيّ للاقتران:

ق(س) = س^{٣} .

(٢ – ٩) تمارينُ عامّة

١ أضعُ دائرة حوّل رمز الإجابة الصَّحيحة في كلٍّ ممّا يأتي:

١ عدد عناصر المجموعة أ هو ٧ عناصر، وعدد عناصر المجموعة ب هو ٦ عناصر، فما عدد عناصر حاصل الضّرْب الدّيكارتيّ لهما؟

أ) ٤٢ ب) ١٣ جـ) ١٤ د) ٤٩

٢ إذا كان الاقتران ق: ط ⟵ ط ، بحيث ق(س) = ٤س + ١ ، أيّ النّقاط الآتية تحقّق قاعدة الاقتران ق؟

أ) (-١، ٣) ب) (٢ ، ١٠) جـ) (٣ ، ١٣) د) (٠ ، ٥)

٣ إذا كان ق = {(٢ ، ١) ، (٥ ، ٣) ، (٧ ، ٩) } ، فما قيمة ق$^{-١}$(٩)؟

أ) ١ ب) ٩ جـ) ٥ د) ٧

٤ ما الاقتران الخطّيّ من الاقترانات الآتية؟

أ) ق(س) = س^{٢} ب) ق(س) = ٣س جـ) ق(س) = $\frac{١}{س}$ د) ق(س) = $\sqrt{س}$

٥ في الاقتران المحايد ق(س) = س عند تمثيله في المستوى، ما الزّاوية المحصورة بين خطّ الاقتران ومحور السّينات الموجب؟

أ) ٠$^{\circ}$ ب) ٩٠$^{\circ}$ جـ) ٤٥$^{\circ}$ د) ١٨٠$^{\circ}$

٦ ما قيمة (ق ο ق$^{-١}$) (٥)؟

أ) -٥ ب) ٥ جـ) ٢٥ د) ٠

٢ أَجِدُ قيمة س ، ص ، إذا كان: (٧ ، ٢ص + ١) = (٢س + ٣ ، ٨).

٣ إذا كانت أ = {٠ ، ١ ، ٢} ، ب = {٢ ، ٧ } ، فأَجِدُ: أ × ب ، أ × أ .

٤ لتكن أ = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ } ، وكانت العلاقة ع معرّفة على أ ، حيث:

ع = {(س ، ص) ∈ أ × أ : س – ص = ٢ } :

أ أَكْتُبُ العلاقة ع على شكل مجموعة من الأزواج المرتّبة.

ب أَجِدُ المجال، والمدى للعلاقة .

جـ أُمَثِّلُ العلاقة ع بمخطّط سهميّ، وفي المستوى الدّيكارتيّ .

د هل تُمَثِّلُ العلاقة ع اقتراناً، مع ذكر السبب.

٥ إذا كان أ = {١ ، ٢ ، ٣ } ، ب = {١ ، ٤ ، ٩ ، ١٦} ، وكان الاقتران:

ق: أ ⟵ ب ، بحيث: ق(س) = س^{٢} :

أ أَكْتُبُ الاقتران ق على صورة أزواج مرتّبة.

ب أكتب: المجال، والمجال المقابل، والمدى.

جـ هل الاقتران ق شامل، وواحد لواحد، وتناظر؟

٦ أُمَثِّلُ الاقترانات الآتية في المستوى الدّيكارتِيّ:

أ ق(س) = ٢س + ٣ ب ق(س) = -س جـ ق(س) = ٣س

٧ أَجِدُ ق$^{-١}$(س) للاقتران ق(س) = ٥س + ٩

٨ أُبَيِّنُ أنّ الاقتران ق(س) = س ، ق: ح ⟵ ح اقتران تناظر أم لا.

أقيّم ذاتي: أعبر بلغتي عن المفاهيم التي كانت اكثر متعة في هذه الوحدة.

مشروع الوحدة:

من أجل تعزيز المشاركة المجتمعية؛ أراد أحمد التَّبرُّع بالدّم لأحد المستشفيات، حيث يُمَثِّلُ المتبرّعون المصدر الوحيد لجميع فئات دم الإنسان القابلة للنقل خلال عمليّة نقل الدّم، يجب الأخذ بعين الاعتبار عاملين أساسيّين، هما: فصيلة الدّم، والعامل الرايزيسي.

يستحسن أن تتمَّ عمليّة نقل الدّم بين أناس من فصيلة الدّم نفسها؛ لتجنُّبِ الأعراض السّلبيّة.

أُكَوِّنُ جدولاً أُبَيِّنُ فيه العلاقة بين الفصائل المتبرِّعة والفصائل المتلقِّية، وأسألُ زملائي في الصّفِّ عن فصيلة دمهم، وأُمَثِّلُ العلاقة الّتي تُبَيِّنُ عمليّة نقل الدّم فيما بينهم (دون الأخذ بعين الاعتبار عامل الرايزيسي).

أيّ خواصّ العلاقات تحقّق هذه العلاقة؟

روابط وبرامج مقترحة

www.Geo algebra
microsoft mathematics

الوحدة ٣

الهندسة والقياس

أتأمَّلُ

ألاحظ الصورة، وكيف تم تصميم الطرق المنحدرة فيها.

يتوقع من الطلبة بعد الإنتهاء من دراسة هذه الوحدة والتفاعل مع أنشطتها، أن يكونوا قادرين على توظيف معادلة الخط المستقيم في الحياة العملية من خلال الآتي:

١) إيجاد المسافة بين نقطَتَيْنِ في المستوى الدّيكارتِيّ.

٢) إيجاد إحداثيّات منتصف القطعة المستقيمة.

٣) التَّعَرُّف إلى مَيل الخطّ المستقيم.

٤) إيجاد معادلة الخطّ المستقيم.

٥) حلّ مسائل تطبيقيّة على مفاهيم الوَحْدة.

(٣-١) المسافة بين نقطتين

نشاط (١): للمسجد الأقصى عدة مآذن، أراد أحد الأشخاص الانتقال من مئذنة باب الأسباط إلى مئذنة باب السّلسلة، أمامه المسلكان الآتيان:

الأوّل: من مئذنة باب الأسباط إلى مئذنة باب الغوانمة، ثُمَّ إلى مئذنة باب السلسة.

الثّاني: من مئذنة باب الأسباط إلى مئذنة باب السّلسلة مباشرة في خط مستقيم.

أُحَدِّدُ المسلكيْنِ على المخطط المجاور.

أُقارنُ بين المسلكيْنِ، من حيثُ المسافة.

نشاط (٢): أُمَثِّلُ إحداثيّاتِ النِّقاط أ (٠ ، ٠) ، ب (٤ ، ٠) ، جـ (٤ ، ٣) في المستوى الدّيكارتِيّ:

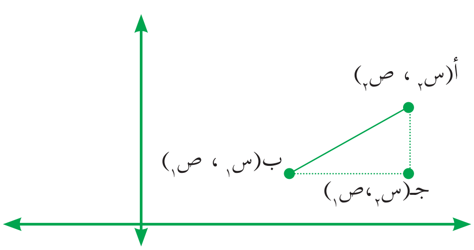
نوع المُثَلَّث أ ب جـ النّاتج من توصيل النِّقاط السّابقة: ______________

المسافة بين النقطتين أ ، ب = طول القطعة المستقيمة $\overline{\text{أ ب}}$ = ٤ وحدات = ٤ − ٠ (Δس).

المسافة بين النقطتين ب ، جـ = طول القطعة المستقيمة $\overline{\text{ب جـ}}$ = ______ = ٣ − ٠ (Δص).

طول القطعة المستقيمة $\overline{\text{أجـ}}$ ، باستخدام نظرية فيثاغورس =______________.

نشاط (٣): في الشّكْل المقابل، إذا كانت إحداثيّات النُّقطة ب(س$_{١}$،ص$_{١}$)، إحداثيّات النُّقطة أ (س$_{٢}$ ، ص$_{٢}$) ،



فإنَّ طول القطعة المستقيمة $\overline{\text{أ جـ}}$ = ص$_{٢}$ − ص$_{١}$ ،

وطول القطعة المستقيمة $\overline{\text{ب جـ}}$ = _______ .

باستخدام نظرية فيثاغورس:

أ ب = _________________________.

أتعلّم: إذا كانت أ$(\text{س}_{١}\text{، ص}_{١})$، ب$(\text{س}_{٢}\text{، ص}_{٢})$ نقطتَيْنِ في المستوى الدّيكارتِيّ، فإنَّ المسافة بينهما تُعطى بالقانون: $\text{أب} = \sqrt{(\text{س}_{٢} - \text{س}_{١})^{٢} + (\text{ص}_{٢} - \text{ص}_{١})^{٢}}$

نشاط (٤):

إذا كانت م(-٢ ، -٢) ، ن(٢ ، ١) ، ل(٦ ، ٤)، أَجِدُ كلّاً من: م ن، ن ل ، م ل :

$$\text{م ن} = \sqrt{(\text{س}_{٢} - \text{س}_{١})^{٢} + (\text{ص}_{٢} - \text{ص}_{١})^{٢}}$$

$$= \sqrt{(٢ - {}^{-}٢)^{٢} + (١ - {}^{-}٢)^{٢}}$$

$$= \sqrt{(٤)^{٢} + (٣)^{٢}} = ٥ \text{ وحدات}$$

$$\text{ن ل} = \sqrt{(٦ - ٢)^{٢} + (٤ - ١)^{٢}}$$

= ____________ = _______ وحدة

م ل = ____________________

أُلاحظُ العلاقة بين أطوال القطع المستقيمة النّاتجة من حساب المسافة بين كل نقطتين، ومنها النِّقاط: م، ن، ل تقع على استقامة واحدة.

نشاط (٥):

ما نوع المُثَلَّث ك ل م ، الذي رؤوسه ك(٠ ، ٤) ، ل(٢ ، ٢) ، م(٠ ، ٠)؟

نجد: $\text{ك ل} = \sqrt{(٢ - ٠)^{٢} + (٢ - ٤)^{٢}} = \sqrt{(٢)^{٢} + (-٢)^{٢}}$

$= \sqrt{٤ + \_\_}$ = ______

$\text{ك م} = \sqrt{(٠ - ٠)^{٢} + (٠ - ٤)^{٢}}$ = _______

ل م = ___________

أُلاحظُ العلاقة بين أطوال أضلاع المُثَلَّث، ومنها المُثَلَّث ك م ل هو مُثَلَّث _________.

نشاط (٦): إذا كانت المسافة بين النقطتين م(أ ، ٧) ، ن(-٢ ، ٣) تساوي ٥ وحدات، ما قيمة/ قيم أ؟

$$\text{م ن} = \sqrt{(\text{س}_{٢} - \text{س}_{١})^{٢} + (\text{ص}_{٢} - \text{ص}_{١})^{٢}}$$

$$\text{٥} = \sqrt{(\text{-٢} - \text{أ})^{٢} + (\text{٣} - \text{٧})^{٢}}$$

$$\text{٢٥} = \text{\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_}$$

$$\text{\_\_\_\_\_\_} = \text{٤} + \text{٤أ} + \text{أ}^{٢} + \text{١٦}$$

$$\text{أ}^{٢} + \text{٤أ} - \text{٥} = \text{٠}$$

$$(\qquad)(\qquad) = \text{٠}$$

إما أ = ______ أو أ = __________ .

تمارينُ ومسائِل

١ أحسبُ المسافة بين النُّقطتين فيما يأتي:

أ) أ (٢ ، ٧) ، ب (٦، ١١).

ب) م (٥ ، -٢) ، ن (-١ ، ٦).

٢ ما نوع المُثَلَّث الذي رؤوسه أ(١ ، ٤) ، ب(-١ ، -٢) ، جـ (٢ ، -٣)؟

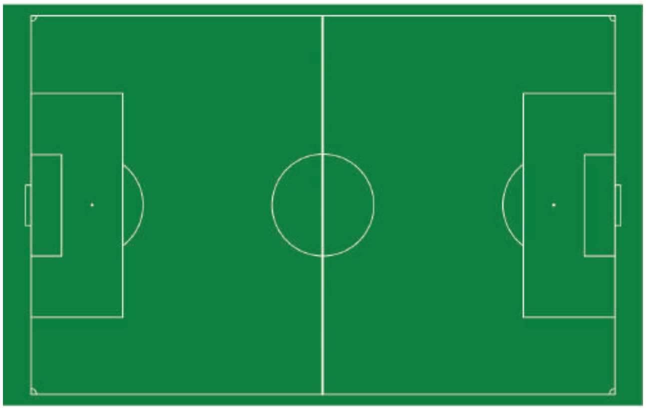
٣ إذا كانت المسافة بين النقطتين ل (أ ، ٧) ، ك (٣أ - ١ ، -٥) تساوي ١٣ وحدة، أَجِدُ قيمة/قيم أ.

٤ هل النِّقاط أ (-٢ ، ٥) ، ب (٣ ، ٣) ، جـ (-٤ ، ٣) تقع على استقامة واحدة؟

٥ أبين أن النقاط أ (٢ ، ٤) ، ب (-٣ ، ٠) ، جـ (-٧ ، ٥) ، د (-٢ ، ٩) رؤوس مربع.

(٣ - ٢) إحداثيّات نقطة منتصف القطعة المستقيمة

نشاط (١): تقوم اللجنة الرياضيّة بمساعدة معلم الرّياضة في تخطيط الملاعب، تمّ تخطيط الملعب المجاور، وبقي تحديد نقطة منتصف الملعب.



اقترح محمد استخدام الخيط؛ لتحديد نقطة المنتصف.

أقترحُ طريقة أُخرى لتحديد نقطة المنتصف:

________________.

نشاط (٢): أُمَثِّلُ النقطتين أ(-١ ، ٤) ، ب(٥ ، ٢) في المستوى الدّيكارتِيّ، ثُمَّ أَصِلُ بينهما بقطعة مستقيمة. وأُمَثِّلُ النُّقطة جـ (٢ ، ٣) في المستوى نفسه، ثُمَّ أقيس بالمسطرة المسافة بين النُّقطة جـ والنقطتين أ ، ب.

ماذا أُلاحظُ؟

أُلاحظُ أنّ: $٢ = \frac{-١ + ٥}{٢}$

وأن ٣ = ______

أَتَعَلَّم: إذا كانت أ($س_١$ ، $ص_١$) ، ب($س_٢$ ، $ص_٢$) نقطتين في المستوى الدّيكارتِيّ، فإنَّ إحداثيّات نقطة منتصف القطعة المستقيمة أ ب = $\left(\frac{س_١ + س_٢}{٢} ، \frac{ص_١ + ص_٢}{٢}\right)$.

نشاط (٣): لتكن أ (٩ ، ٣) ، ب (٥ ، ١) ، جـ (-٤ ، ٨) ، إحداثيّات منتصف أب هي $\left(\frac{٩ + ٥}{٢} ، \frac{٣ + ١}{٢}\right)$ = (،   )

إحداثيّات منتصف أجـ هي ________________ .

نشاط (٤): أ ، ب ، جـ تُمَثِّلُ ثلاثة مواقع في المستوى الدّيكارتِيّ: الموقع ب (٦ ، -٤) هو منتصف المسافة بين أ ، جـ، إذا كان موقع أ(٥ ، -٣)، فما موقع جـ؟

أَفرضُ إحداثيّات الموقع جـ ($س_{٢}$ ، $ص_{٢}$)

$$(٦ ، -٤) = \left(\frac{٥ + س_{٢}}{٢} ، \frac{-٣ + ص_{٢}}{٢} \right)$$

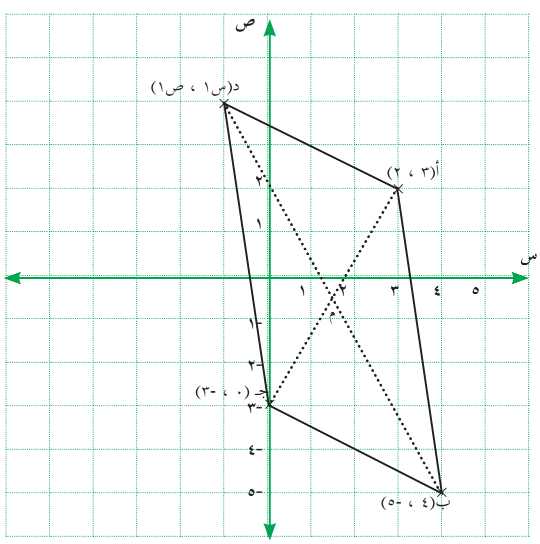
$$٦ = \frac{٥ + س_{٢}}{٢}$$

$س_{٢}$ = ________

-٤ = ________

$ص_{٢}$ = ________

نشاط (٥): رُسِم متوازي الأضلاع أب جـ د ، حيث أ (٣ ، ٢) ، ب (٤ ، -٥) ، جـ (٠ ، -٣)، كما في الشَّكْل المجاور، أَجِدُ إحداثيَّي نقطة تقاطع قُطريه، ثُمَّ أَجِدُ إحداثيَّي النُّقطة د مستخدماً قانون إحداثيات منتصف القطعة المستقيمة.



الشَّكْل أب جـ د متوازي أضلاع، فيه م نقطة تقاطع قُطريه،

وإحداثيّات النُّقطة م (س ، ص)

$$(س ، ص) = \left(\frac{٠ + ٣}{٢} ، \_\_\_\_ \right) =$$

(،)

وإحداثيّات النُّقطة د ($س_{١}$ ، $ص_{١}$)

$$(\quad ، \quad) = \left(\frac{٤ + س_{١}}{٢} ، \frac{-٥ + ص_{١}}{٢} \right)$$

$س_{١}$ = ________ ، $ص_{١}$ = ________

تمارينُ ومسائِل

1 أَجِدُ إحداثيَّي النُّقطة جـ ، حيث جـ منتصف أب في الحالات الآتية:

أ) أ (٢ ، ٤) ، ب (٦ ، ٠).   ب) أ (٧ ، -٥) ، ب (-٣ ، ٥).

2 إذا كانت جـ (س ، -٣) منتصف أب ، أَجِدُ كُلّاً من س ، ص ، بحيث:

أ (-٣ ، ص) ، ب (٩ ، ١١).

3 إذا كانت أ ، ب ، جـ ، د أربع نقاط على استقامة واحدة في المستوى الديكارتي، وكان أب = ب جـ = جـ د ، حيث:

أ (١ ، ٣) ، جـ (٥ ، ١)، أَجِدُ:

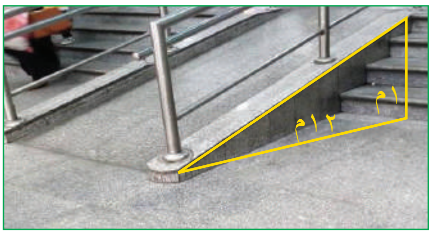
أوّلاً- إحداثيَّي النُّقطة ب .

ثانياً- إحداثيَّي النُّقطة د .

4 أ ب جـ مُثَلَّث، فيه أب = أجـ، إذا كانت إحداثيّات كل من: أ (-٣ ، ٠)، ب (٣ ، ٤)، جـ (١ ، -٦)، أَجِدُ طول القطعة المستقيمة المرسومة من أ على منتصف $\overline{\text{ب جـ}}$.

(٣ - ٣) مَيل الخطّ المستقيم

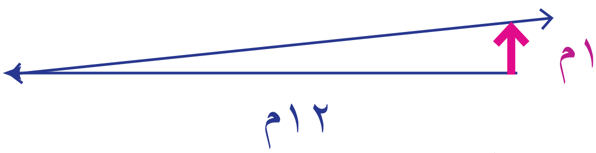
نشاط (١): يقتضي قانون دمج الطلبة ذوي الإعاقة في المدارس الحكوميّة الفِلَسطينيّة مواءمة المدارس والمراكز والمؤسّسات التربويّة بما يتناسب والأشخاص ذوي الإعاقة، ومنها الممرّات، والسّطوح المائلة اللّازمة لتسهيل حركة الكراسي المُدَوْلَبَة الخاصّة بذوي الإعاقة في المدارس. والإرشادات الخاصّة بهذه الكراسي تسمح كحدّ أقصى بارتفاع عموديّ، مقداره متر واحد لكل ١٢ متراً أُفُقِيّاً للسّطوح المائلة.



النسبة $\frac{١}{١٢}$ تُسَمّى مَيل السطح المائل، وتصف شدة انحداره،

فإذا كان الارتفاع العموديّ يساوي $\frac{١}{٢}$ متر، فإنَّ أقلّ بُعْدٍ أُفُقِيٍّ مناسب =________

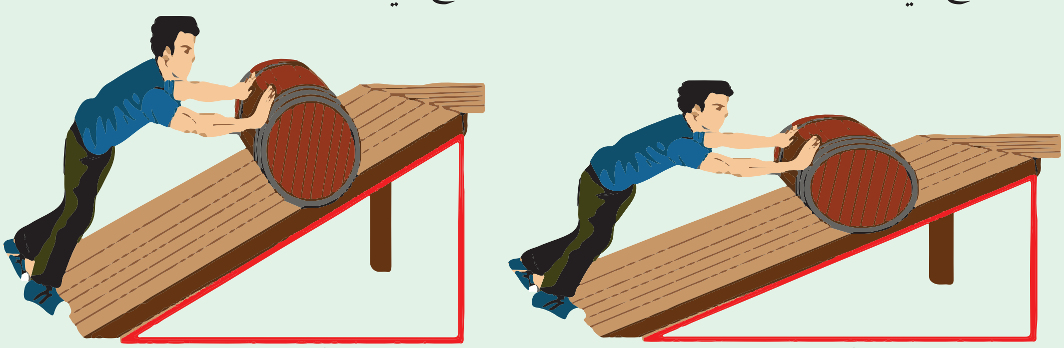
مَيل السطح = ________________



أيُّهما أكثر انحداراً، السّطح الّذي ميله $\frac{١}{١٢}$ ، أَمِ السّطح الّذي انحداره $\frac{١}{١٥}$

أُفَكِّر وأُناقش

السَّطح في الشَّكْل (٢) أكثر انحداراً من السّطح في الشَّكْل (١).



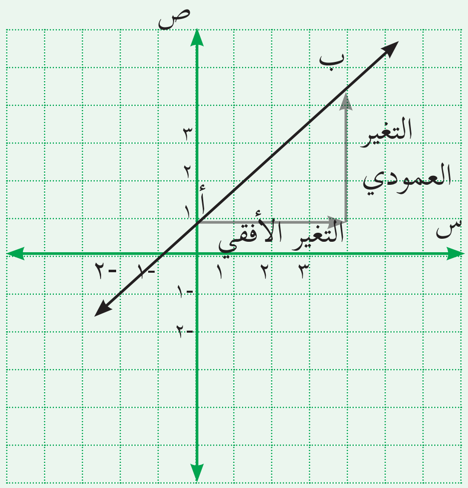
الشَّكْل (٢)   الشَّكْل (١)

تعريف: إذا كانت أ$(س_١ ، ص_١)$ ، ب$(س_٢ ، ص_٢)$ نقطتَيْنِ على الخطّ المستقيم أ ب ، فإنَّ:

$$\text{مَيل الخطّ المستقيم أ ب (م)} = \frac{\text{التغير العمودي}}{\text{التغير الأفقي}} = \frac{\text{التغير في الإحداثيات الصادية}}{\text{التغير في الإحداثيات السينية}}$$

$$= \frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١} .$$

حيث $س_١ \neq س_٢$



نشاط (٢): أَجِدُ مَيل الخطّ المستقيم المارّ بالنُّقطتَيْن الآتيتين:

١) (٣ ، ٥) ، (٠ ، -٢).

$$م = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١} = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_$$

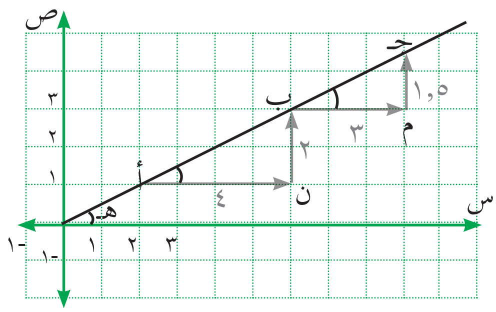
$$= \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_$$

$$= \frac{٧}{٣}$$

٢) ر(-٤ ، ٣) ، ل(٠ ، ١).

$$\text{مَيل الخطّ المستقيم ر ل} = \frac{\boxed{}}{\boxed{}} = \frac{\boxed{}}{\boxed{}}$$

نشاط (٣): النِّقاط أ ، ب ، جـ واقعة على الخطّ المستقيم في المستوى البيانيّ، أُكْمِلُ:



في المُثَلَّث جـ م ب: $\frac{\Delta \text{ص}}{\Delta \text{س}}$ = ________

في المُثَلَّث ب ن أ: $\frac{\Delta \text{ص}}{\Delta \text{س}}$ = ________

ميل أب ____________ ميل ب جـ

قياس الزّاوية هـ = قياس الزّاوية م ب جـ = قياس الزّاوية ن أ ب . لماذا؟____________

في المُثَلَّث ب ن أ: ظلّ الزّاوية ب أ ن = _______

في المُثَلَّث جـ م ب: ظلّ الزّاوية جـ ب م =__________________

ما العلاقة بين ظلّ الزّاوية ب أ ن ، وظلّ الزّاوية جـ ب م ؟ ____________________

ما العلاقة بين ظا هـ ، ومَيل الخطّ المستقيم أ جـ ؟ __________________

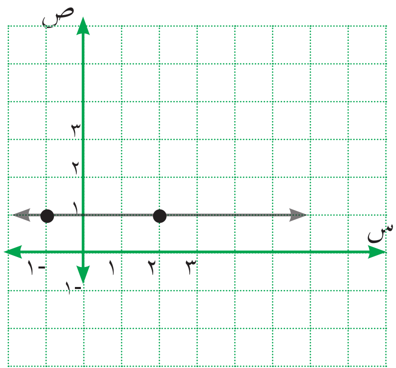
أَتَعَلَّم: مَيل الخطّ المستقيم = ظاهـ ، حيث هـ هي الزّاوية الّتي يصنعها الخط المستقيم مع محور السّينات الموجب.

نشاط (٤): أَجِدُ مَيل الخط المستقيم الّذي يصنع زاوية قياسها ٦٠° مع محور السّينات الموجب:

الميل = ظاهـ

م = ظا ___ = ___

نشاط (٥): إذا كانت أ (٢ ، ١) ، ب (-١ ، ١)، كما في الشَّكْل، أَجِدُ ميل $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ ؟

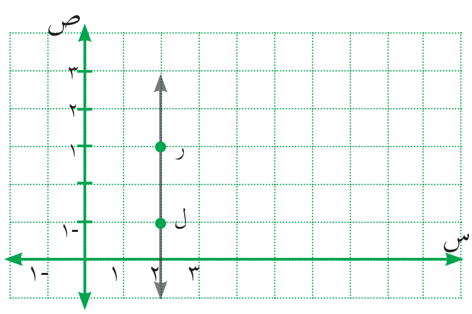


ميل $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ = $\dfrac{\text{١} - \text{١}}{(\text{١}^-) - \text{٢}}$ = $\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}$ = ______

الخط المستقيم أ ب يوازي محور ______

أَتَعَلَّم: مَيل الخطّ المستقيم الموازي لمحور السّينات يساوي صفراً.

نشاط (٦):



إذا كانت ل(٢ ، ١) ، ر(٢ ، ٣)، أُلاحظُ أنّ:

$\text{س}_\text{٢} - \text{س}_\text{١} = \text{٠}$ ، فيكون مَيل الخط المستقيم غير معرّف، والخط المستقيم ر ل يوازي محور __________.

أَتَعَلَّم: مَيل الخطّ المستقيم الموازي لمحور الصّادات يساوي دائماً كمّيّة غير معرّفة.

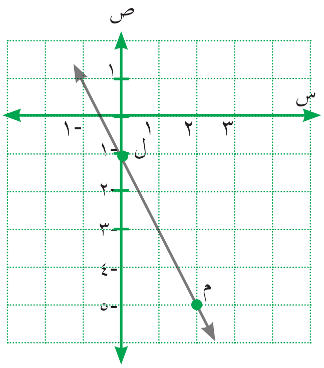
تمارينُ ومسائِل

١ أَجِدُ مَيل الخط المستقيم أ ب في كلٍّ من الحالات الآتية:

أ) أ (-١ ، ٢) ، ب (٥ ، ٤).

ب) أ (٢ ، -١) ب (٤ ، -١).

جـ) زاوية مَيل الخط المستقيم أ ب = ٤٥°.



٢ أَجِدُ مَيل الخط المستقيم م ل في الشَّكْل المجاور:

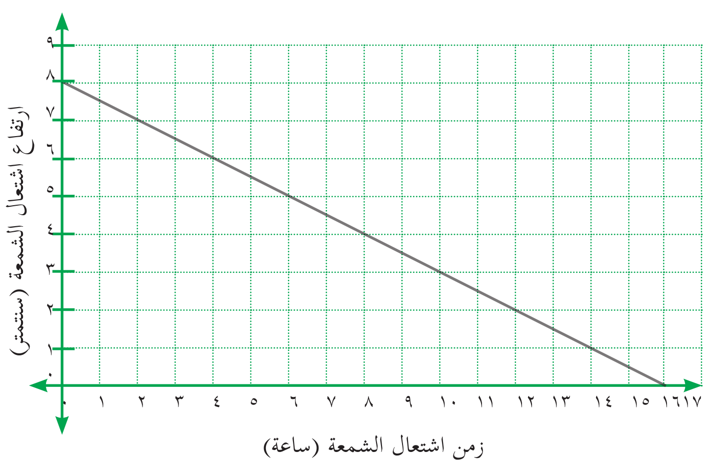
٣ أُبَيِّنُ باستخدام المَيل أنّ النِّقاط الآتية: أ (٢ ، -١)، ب (٣ ، ٢)، جـ (٤ ، ٥) تقع على استقامة واحدة.

٤ الشَّكْل المجاور يُمَثِّلُ العلاقة بين زمن اشتعال شمعة بالساعات، وارتفاعهابالسَّنتمترات:

أ) ما طول الشمعة قبل إشعالها؟

ب) أَجِدُ مَيل الخط المستقيم في الشَّكْل.

جـ) كيف تستفيد من قيمة المَيل في وصف العلاقة بين زمن اشتعال الشمعة وارتفاعها؟



(٣ - ٤) معادلة الخطّ المستقيم

نشاط (١): تمتاز فِلَسطين بطقس حارّ جافّ صيفاً، معتدل شتاءً، وبذلك تتنوّع فيها المزروعات، كالزّيتون، والعنب، والحَمضيّات، وبعض النّباتات الموسميّة أيضاً. فإذا علمت أنّ نبتة فاصولياء طولها ٣ سنتمترات، وتنمو بمعدل ٢ سنتمتراً يوميّاً، وكان طول النَّبتة ص سنتمتراً بعد س يوماً معطى بالعلاقة: ص = ٢س + ٣ ،

أُكْمِلُ الجدول الآتي:

س(يوميّاً)	٠	١	٢	٣	
ص (طول النّبتة)	٣		٧		

طول النّبتة في نهاية اليوم الخامس = ________________

طول النّبتة في نهاية اليوم الحادي عشر = ______________

أُمَثِّلُ ص = ٢س + ٣ بيانيّاً:

مَيل الخط المستقيم = ______________

= ______________

الإحداثيّ الصّاديّ لنقطة تقاطع الخط المستقيم ومحور الصّادات = ____

أَتَعَلَّم: الإحداثيّ الصّاديّ لنقطة تقاطع الخط المستقيم، ومحور الصادات يُسَمّى المقطع الصّاديّ.

تعريف: معادلة الخطّ المستقيم الذي مَيله (م)، ومقطعه الصّاديّ (جـ) هي:

ص = م س + جـ ، حيث م ، جـ ∈ ح .

مِثال(١): أَجِدُ معادلة الخطّ المستقيم الذي مَيله = $\frac{٣}{٤}$ ، ويقطع محور الصّادات عند النُّقطة (٠ ، -٢).

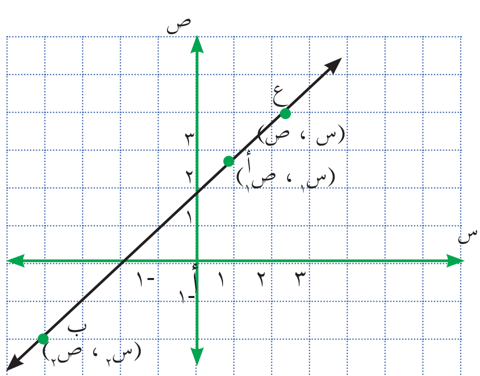
الحل: معادلة الخط المستقيم هي ص = م س + جـ ، وبما أنّ م = $\frac{٣}{٤}$ ، والمقطع الصّاديّ جـ = -٢ ، يَنْتُجُ أنّ ص = $\frac{٣}{٤}$ س − ٢ .

نشاط تعاونيّ (٢): أُكْمِلُ الجدول الآتي:

معادلة الخط المستقيم	المَيل	المقطع الصّاديّ
ص = ٢س − ٥	٢	
ص = س		
ص = -٢		
٣ص = ٦ + ١٢س		٢

نشاط (٣): في الشَّكْل المجاور، ميل الخط المستقيم، بالاعتماد على النقطتين أ ، ب

$$م = \frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1}$$



إذا كانت ع(س ، ص) نقطة واقعة على الخط المستقيم أب ، فإنَّ ميله = م = $\frac{ص - ص_1}{\boxed{\quad - \quad}}$

ومنه:

$$ص - ص_1 = م\ (س - س_1)$$

أو $$ص = م(س - س_1) + ص_1$$

تعريف: معادلة الخط المستقيم الّذي مَيله م، ويمرّ بالنُّقطة $(س_1، ص_1)$ هي: $ص = م (س - س_1) + ص_1$.

نشاط (٤):

أَجِدُ معادلة الخط المستقيم الّذي يمرّ بالنُّقطة أ (٢ ، ٣)، وميله يساوي ٤ :

معادلة الخط المستقيم الّذي مَيله م = ٤ ، ويمرّ بالنُّقطة (٢ ، ٣) هي:

$ص = م (س - س_1) + ص_1$، ومنها ص = ٤(س − $\square$) + ______

إذن: ص = ٤س − $\square$

ملاحظة: معادلة محور الصّادات هي س = ٠ ، ومعادلة محور السّينات هي ص = ٠

أُفَكِّر وأُناقش

ما معادلة الخط المستقيم الّذي يمرّ بالنُّقطة (-٣ ، ٤)، ويوازي محور السّينات؟

نشاط (٥): أَجِدُ معادلة الخط المستقيم الّذي يمرّ بالنُّقطتَيْن أ (١ ، ٥)، ب (٤، ٣):

$$\frac{ص - ص_1}{س - س_1} = \frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1} ،$$

ومنه: $\frac{ص - ٥}{س - ١} =$ __________

ومنها: ص − ٥ = $\frac{-٢}{٣}$ س + ______

ص = ____________________.

نشاط (٦): أَجِدُ معادلة الخط المستقيم الّذي مقطعه السّيني ٥ ، ومقطعه الصّاديّ ٣ :

المستقيم يمرّ بالنُّقطتَيْن (٥ ، ٠) ، (٠ ، ٣) ، وبالتّالي فإنَّ: م = $\frac{ص - ص_1}{س - س_1}$ =

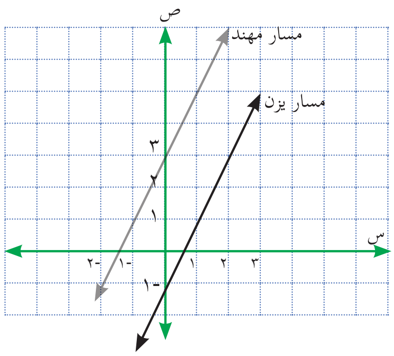
$\frac{٣ - \square}{٠ - \square}$ = ___ ومنها: ص = $\frac{-٣}{٥}$ س + ٣

نشاط (٧): انطلق يزنُ ومهنّدٌ لممارسة رياضة الجري في مسارَيْنِ متوازيَيْن: الأوّل حَسَبَ الخطّ ص = ٢س − ١ ، والثّاني حَسَبَ الخطّ ص = ٢س + ٣.

مَيل الخط المستقيم الأوّل (مسار يزن) = ____

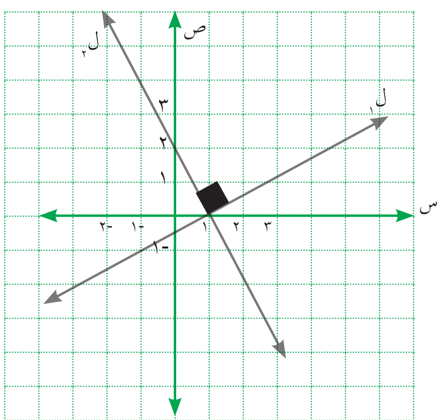
مَيل الخط المستقيم الثّاني (مسار مهنّد) = ___

ماذا أُلاحظ؟



أتعلَّم: إذا توازى خطّان مستقيمان، فإنَّ مَيليهِما متساويان، والعكس صحيح.

نشاط (٨): الخط المستقيم $ل_١$ يمرّ بالنُّقطتَيْن (١ ، ٠) ، (-١ ، -١)، والخط المستقيم $ل_٢$ يمرّ بالنُّقطتَيْن (١ ، ٠) ، (٠ ، ٢) ، وهما متعامدان.



مَيل الخط المستقيم $ل_١$ = $م_١$ =

____________ = __________،

ومَيل الخط المستقيم $ل_٢$ =

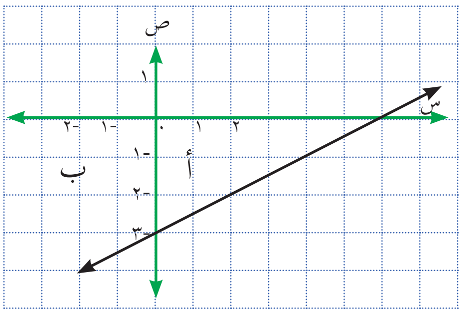
$م_٢$ = ____________ = __________،

أَجِدُ: $م_١ \times م_٢$ = __________ = __________

أتعلَّم: إذا تعامدَ خطّان مستقيمان، فإنَّ حاصل ضرب ميليهِما يساوي -١ ، والعكس صحيح.

تمارينُ ومسائِل

١ أَجِدُ معادلة الخطّ المستقيم في كلٍّ من الحالات الآتية:



أ) الخط المستقيم الّذي مَيله $\frac{-٣}{٢}$ ، ومقطعه الصّاديّ ٤ .

ب) الخط المستقيم المارّ بالنُّقطتَيْن (٧ ، ١) ، (-٢ ، ٣).

جـ) الخط المستقيم المارّ بنقطة الأصل، والنُّقطة (٢ ، -٣).

د) الخط المستقيم في الشَّكْل المجاور.

٢ أَجِدُ معادلة كلٍّ من المستقيمات الآتية:

أ) الخط المستقيم المارّ بنقطة الأصل، وعموديّ على المستقيم الّذي معادلته ٣س ــ ص ــ ١=٠

ب) الخط المستقيم الّذي مقطعه السّيني ٣ ، ومقطعه الصّاديّ -٤ .

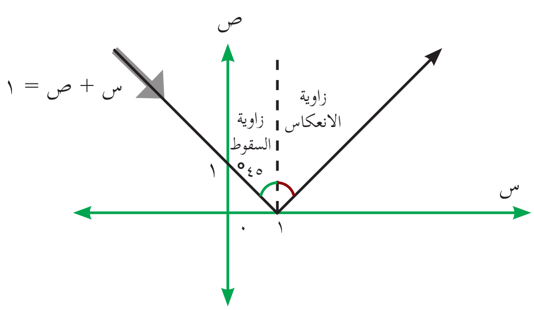
٣ أَجِدُ معادلة الخطّ المستقيم الموازي لمحور الصّادات، ويمرّ بالنُّقطة (-٣ ، ٤)، وأُمَثِّلُهُ بيانيّاً.

٤ أُبَيِّنُ أيّ النِّقاط الآتية تقع على الخط المستقيم الّذي معادلته: س + ٢ص = ٣

أ(٢ ، -٣) ، ب (٥ ، -١) .

٥ إذا كانت النُّقطة (١ ، -٢) تقع على الخط المستقيم الّذي معادلته أس + ٢ص ــ ٧ = صفر، أحسبُ قيمة أ .

٦ في الشَّكْل المجاور، أَجِدُ معادلة مسار الضّوء المنعكس عند النُّقطة (١ ، ٠)، إذا كانت معادلة الضّوء السّاقط* هي س + ص = ١.



٧ أَجِدُ قيمة هـ الّتي تجعل الخط المستقيم

ص = (هـ + ٣) س + ٢

يوازي محور السينات (أُفُقِيّاً).

* قياس زاوية السقوط تساوي قياس زاوية الانعكاس.

(٣-٥) تمارينُ عامّة

١ أختارُ رمز الإجابة الصَّحيحة فيما يأتي:

١ ما نوع المُثَلَّث النّاتج من التقاء القطع المستقيمة الواصلة بين النِّقاط: أ (٠ ، ٠) ب (٦ ، ٠) ، جـ (٠ ، ٨) :

أ) منفرج الزّاوية. ب) متساوي السّاقَيْن.

جـ) قائم الزّاوية. د) متساوي الأضلاع.

٢ طول القطعة أ ب يساوي ٢ وحدة، إحداثيّات النُّقطة أ(٠ ، ٠)، فما إحداثيّات النُّقطة ب؟

أ) (١ ، ١) ب) (٢ ، ٢) جـ) (٢ ، ٠) د) ($\sqrt{٢}$ ، ٠)

٣ إذا كانت (٤ ، -٣) منتصف أب ، حيث أ (٣ ، -٤)، فما إحداثييّ ب؟

أ) (٥ ، -٢). ب) (٥ ، ٢). جـ) (٢ ، ٥). د) (-٢ ، ٥).

٤ ما مَيل الخط المستقيم المارّ بالنُّقطتَيْن أ (٠ ، ١)، ب (٦ ، ٣)؟

أ) ٣ ب) -٣ جـ) $\frac{١}{٣}$ د) - $\frac{١}{٣}$

٥ ما المقطع الصّاديّ للخط المستقيم الّذي معادلته ٣ص = ٢س – ١٢؟

أ) ٤ ب) -٤ جـ) $\frac{٢}{٣}$ د) ٣

٦ ما معادلة الخط المستقيم الّذي يمرّ بنقطة الأصل، والنُّقطة (-١ ، ٥)؟

أ) ص = ٥ ب) ص = ٤ جـ) ص = س + ٥ د) ص = -٥س

٧ ما المسافة بين النُّقطة (-٣ ، ٤)، ونقطة الأصل؟

أ) ٥ ب) -٣ جـ) ٤ د) ٢٥

٢ خط مستقيم، مَيله $\frac{١}{٥}$ ، ومقطعه الصّاديّ يساوي ٢ ، أَجِدُ:

أ) معادلة الخط المستقيم. ب) نقطة تقاطعه مع محور السّينات.

٣ أَجِدُ معادلة العمود المنصف للقطعة المستقيمة أ ب ، حيث أ(٢ ، ٣)، ب (-٢ ، ٥).

٤ ما طول نِصْف قُطر الدّائرة الّتي مركزها (٤ ، ٧)، وتمرّ بالنُّقطة (١ ، ٣)؟

٥ إذا كانت أ(٦ ، -٢)، ب(٢جـ ، جـ)، وكان البُعْدُ بين النُّقطتَيْن أ ، ب يساوي ١٠ وحدات، أَجِدُ إحداثيّاتِ النُّقطة ب .

أقيّم ذاتي: أعبر بلغتي عن توظيف المفاهيم التي تعلمتها في هذه الوحدة في حياتي العملية.

مشروع الوحدة:

مقياس رسم الخريطة هو نسبة ما بين الأبعاد على الطبيعة والأبعاد على الخريطة، حيث تُمَثِّلُ الأبعادُ الحقيقيّةُ الطبيعيةَ على الخرائط بأبعاد أقل من الحقيقيّة؛ لتسهيل قراءة الخرائط.

بالتعاون مع أفراد مجموعتي، أختارُ مقياس رسم مناسب، وأضعُ خريطة فِلَسطين في المستوى الدّيكارتِيّ، بالاعتماد على مقياس الرّسم الّذي اخترتُه، أَحْسِبُ:

١. المسافة التقريبيّة بين القدس وجنين.

٢. المسافة التقريبيّة بين القدس وغزّة، ثُمَّ أقارنُ بين المسافتَيْن.

٣. أُحدِّدُ موقع أريحا، والخليل، وعكّا بالنّسبة للعاصمة القدس. (أعتبرُ أنّ محور السّينات الموجب: الشرق)

٤. أختارُ ٣ مدنٍ تقع على خطّ مستقيم، وأحسبُ معادلته.

روابط مقترحة

www. Graphic calc

www. Math a+

الوحدة ٤

الإحصاء

أتأمَّلُ الصّورة:

أحراش يعبد محميّة طبيعيّة، أشجارها متنوعة. هل يمكن تصنيف أشجارها من حيثُ النوع؟

يتوقع من الطلبة بعد الإنتهاء من دراسة هذه الوحدة والتفاعل مع أنشطتها، أن يكونوا قادرين على توظيف مقاييس النَّزْعة المركزيّة، ومقاييس التّشتُّت في الحياة العملية من خلال الآتي:

١) تنظيم البيانات في جدول تَكراريّ ذي فئات.

٢) تمثيل التّوزيعات التَّكراريّة بيانيّاً.

٣) إيجاد مقاييس النَّزْعة المركزيّة لبيانات مبوّبة في جدول.

٤) إيجاد الإنحراف المعياريّ لبيانات مبوّبة في جدول.

(٤-١) الجداول التّكراريّة

بناء الجدول التّكراريّ:

نشاط (١): تتعرّض محافظة القدس إلى عُدوان مستمرّ من سلطات الاحتلال الإسرائيليّ على المقدّسات الإسلاميّة، وعلى سكّانها الفِلَسطينيّينَ، وما نتج عنه من خسائرَ في الممتلكاتِ والأرواح؛ فقد بلغ عدد الشهداء في محافظة القدس خلال الفترة ١٩٩٤-٢٠١٥م، حَسَبَ إحصائيّة الجهاز المركزيّ للإحصاءِ الفِلَسطينيّ ١٥٦ شهيداً، وكان عدد الشّهداء موزّعاً حَسَبَ السّنوات كما يأتي:

١٥ ٦ ٨ ٣ ٤ ٣ ١٥ ١٩ ١٦ ٥ ٢

٢ ٢ ٩ ٢ ١ ٠ ٣ ١ ١ ١٥ ٢٤

ويمكن تمثيل البيانات بجدول تكراريّ.

أُكْمِلُ الجدول التّكراريّ:

عدد الشّهداء	٠	١	٢	٣	٤	٥	٦	٨	٩	١٥	١٦	١٩	٢٤
عدد السّنوات	١				١					٣			

عدد السنوات الّتي لم يكن فيها شهداء خلال الفترة ١٩٩٤ – ٢٠١٥م هو سنة واحدة.
عدد السنوات الّتي كان فيها شهيدان في السنة هو........ .
ماذا لو كانت البيانات عددها كبير؟ هل يمكن الحصول على المعلومات المطلوبة بسهولة؟

نشاط (٢): تُمَثِّلُ البيانات الآتية علامات ٢٦ طالباً في الصف الحادي عشر في مادّة الرياضيّات:

٣٠ ٢٤ ٢٣ ١١ ١٢ ٢٢ ٢٥ ١٢ ١٤ ١٣ ١٤ ٢٥ ٣٠

٢٧ ٢٨ ٢٩ ٣١ ٢٠ ٢٠ ١٩ ١٤ ٢٥ ١٢ ١٦ ١٧ ١٨

مدى العلامات = أكبر قيمة – أصغر قيمة =................... .

عدد العلامات الّتي تبدأ من ١١ ، وتنتهي عند ١٧ هو........... .
عدد العلامات الّتي تبدأ من ١٨ ، وتنتهي عند ٢٤ هو......... .
عدد العلامات الّتي تبدأ من ٢٥ ، وتنتهي عند ٣١ هو......... .

أَتَعَلَّم : طول الفئة = $\frac{\text{المدى}}{\text{عدد الفئات}}$.

ملاحظة: إذا كان النّاتج في طول الفئة عدداً عشريّاً، يفضّل أن يُقَرَّبُ إلى العدد الصحيح الذي يليه مباشرة.

الفئة : هي مجموعةٌ تحوي عدداً من القيم المتقاربة.

نشاط (٣): تُمَثِّلُ البيانات الآتية علامات (٣٠) طالباً في أحد امتحانات اللغة العربية:

١٤	١٦	٢٠	٢٣	١٠	١٣	١٧	٢١	٢٩	١٨	١٢	١٩	٢٠
٢٣	٢٧	٢٥	٢٢	٢١	٢٥	٢٩	١٨	٢٠	٢٨	٢٤	١٧	٢١
٢٥	٢٤	٢٢	١٨									

ويمكن تصنيف البيانات إلى خمس فئات:
مدى البيانات = ...
طول الفئة = $\frac{\text{المدى}}{\text{عدد الفئات}}$ = ...
أختارُ الحدّ الأدنى للفئة الأولى، وليكن أصغر قيمة في البيانات، وهي ....
الحد الأعلى للفئة الأولى = الحد الأدنى + طول الفئة – ١
= .... + ... – ١ =..........

أُكْمِلُ الجدول الآتي:

الفئات	١٠ – ١٣	١٤ – ...	... – ...	٢٢ – ٢٥	٢٦ – ٢٩
الإشارة	///		~~////~~ ~~////~~		////
العدد	٣			٩	

عدد الطلبة الّذين تتراوح علاماتهم بين ١٠ – ١٣ هو ..... .

الفئة الّتي عدد طَلَبَتِها ٤ هي ....

عدد الطلبة الّذين علاماتهم أكبر من ٢٢ هو ....

نشاط (٤): يعتبر العسل المنتج في فلسطين من أجود الأصناف العالمية، في إحدى مزارع العسل يعمل (٥٠) عاملاً يتقاضى كل منهم أجراً أسبوعياً ممثلاً بالبيانات الآتية:

٥٠ ٦٠ ٧٦ ٨٤ ١٠٢ ٦٨ ٨٤ ١٠٨ ٦٨ ٨٤ ٧٨ ٨٠ ١٠٠ ٥٢ ١٠٤ ٧٦ ٩٤

٧٠ ١٠٦ ٥٦ ٦٨ ٨٢ ٧٠ ٦٢ ٨٢ ٧٢ ١٠٦ ٨٢ ٧٢ ٦٤ ٧٤ ٨٨ ٩٠ ٧٤

٩٠ ٩٢ ٥٨ ٩٢ ٧٦ ٩٦ ٨٠ ٦٦ ٨٨ ٩٠ ٨٨ ٨٠ ٦٢ ٩٤ ٨٦ ٥٤

ويمكن تفريغ البيانات في جدول توزيع تكراريّ، عدد فئاته ٦.

المدى = أكبر قيمة – أصغر قيمة = ...

طول الفئة = $\frac{\text{المدى}}{\text{عدد الفئات}}$ = —— ≈ ....

أُكْمِلُ الجدول الآتي:

الفئات	٥٠ – ٥٩			٨٠ – ٨٩			المجموع
التَّكرار	٥						

تمارينُ ومسائِل

١ أُنظِّمُ البياناتِ الآتيةَ في جدولٍ تَكراريّ، عددُ فئاتِهِ (٥):

٣٤ ٣٤ ٣٨ ٣٥ ٤٣ ٤٨ ٤٦ ٢٧ ٣٠ ٣١ ٣٢ ٣٧ ٤٠

٣٩ ٣٨ ٢٦ ٣١ ٣٤ ٣١ ٣٦ ٤١ ٢٦ ٣٢ ٣٠ ٣٣ ٣٩

٣٤ ٤٤ ٣٣ ٣٨ ٣٥ ٣٥ ٣٧ ٤٠ ٢٨ ٣١ ٣٥ ٣٧ ٤٢

٤٩ ٢٩ ٣٠ ٣٢ ٣٩ ٤٤

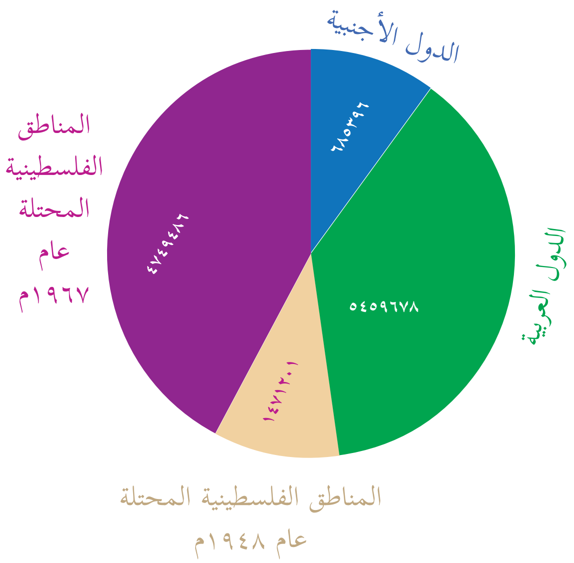
٢ أَجِدُ قيمة أ، ب، جـ، د في الجدول التَّكراريّ الآتي:

الفئات	١ – أ	٤ – ب	جـ – د	١٠ – ١٢
التكرار	٢	١	٤	١٣

(٢-٤) التَّمثيل البيانيّ للجداول التَّكراريّة ذات الفئات

نشاط (١): يناقض التهجير عن الأرض الحقوق الأساسية للأفراد، هاجر كثير من الفِلَسطينيّينَ، بسبب ظروف الاحتلال، إلى شتّى بقاع الأرض بحثاً عن مصادر رزقهم، وقام الجهاز المركزيّ للإحصاء الفِلَسطينيّ بتقدير عدد السُّكّان الفِلَسطينيّين، حَسَبَ مكان الإقامة نهاية ٢٠١٥م، كما في الشَّكْل الآتي:

التّوزيع السكّانيّ لعدد الفلسطينيّين حسب مكان الإقامة نهاية ٢٠١٥م



التَّمثيل المجاور للبيانات يُسَمّى ....

عدد السُّكّان الفِلَسطينيّينَ في المناطق الّتي احتُلّتْ عام ١٩٦٧ هو ٤٧٤٩٤٨٦.

عدد السُّكّان الفِلَسطينيّينَ في المناطق التي احتلت عام ١٩٤٨م هو ....

مجموع السُّكّان الفِلَسطينيّينَ في جميع المناطق هو ....

تعرّفنا إلى تمثيل البيانات بعدّة طرق، منها: القطاعات الدّائرية، والمُضَلَّعات، والمُنحنى التَّكراريّ، وهناك طرق أُخرى لعرض البيانات المكتوبة في جدول تَكراريّ ذي فئات.

أوّلاً- المدرَّج التَّكراريّ:

المدرَّج التَّكراريّ: هو عبارة عن تمثيل الجداول التَّكراريّة بوساطة مستطيلات متلاصقة، ويتم تعيين الحدود الفعلية على المحور الأفقيّ والتَّكرارات على المحور العموديّ.

أَتَعَلَّم: الحدّ الفعليّ الأدنى = الحد الأدنى – ٠,٥ .

الحدّ الفعلي الأعلى = الحد الأعلى + ٠,٥ .

نشاط (٢): يبيع محلٌّ ما هدايا على شكل قلائد، إذا كان طول (٦٠) قلادة بالسّنتمير مُمَثَّلَةً بالجدول التّكراريّ الآتي، أُكْمِلُ الجدول:

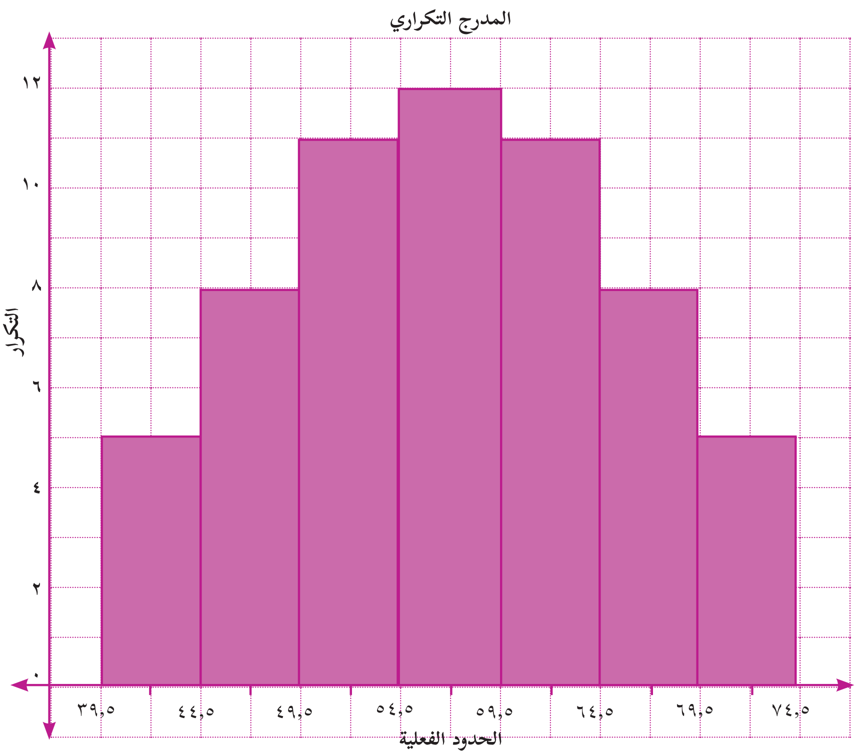
الفئات	٤٠ – ٤٤	٤٥ – ٤٩	٥٠ – ٥٤	٥٥ – ٥٩	٦٠ – ٦٤	٦٥ – ٦٩	٧٠ – ٧٤
التكرار	٥	٨	١١	١٢	١١	٨	٥
الحدود الفعلية	٣٩,٥- ٤٤,٥						

ويمكن تمثيل البيانات بالمدرَّج التَّكراريّ باتّباع الخطوات الآتية:

١- رسم محوريْنِ متعامديْن، بحيث يُمَثِّلُ المحورُ الأفقيّ محورَ السّينات، والمحورُ العموديّ ______.

٢- إيجاد الحدود الفعليّة، وتعيينها على المحور الأفقيّ.

٣- تعيين التَّكرار على المحور العموديّ.



من الرسم السّابق، أَجِدُ أنّ: أكثر الأطوال مبيعاً هي................، وفئتها هي ....

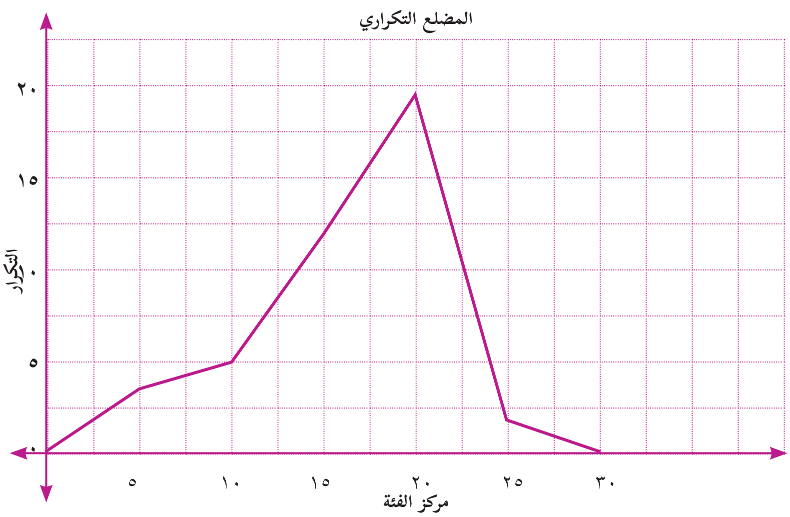
ثانياً- المُضلَّع التَّكراريّ: هو عبارة عن مُضّلّع مغلق، يَنْتُجُ من توصيل النِّقاط الّتي إحداثيّاتُ كلٍّ منها(مركز الفئة، تكرار الفئة)، ولكي يصبح المُضّلَّع مغلقاً، نُعَيِّنُ مركز (فئة سابقة)، تَكرارها صفر، ومركز (فئة لاحقة)، تكرارها صفر.

أَتَعَلَّم : مركز الفئة = $\frac{\text{الحد الأدنى + الحد الأعلى}}{٢}$.

نشاط (٣): يُمَثِّلُ الجدول التَّكراريّ الآتي علاماتِ (٤٠) طالبةً في امتحان الرياضيّات. أُكْمِلُ الجدول:

الفئات	٣ – ٧	٨ – ١٢	١٣ – ١٧	١٨ – ٢٢	٢٣ – ٢٧
التّكرار	٣	٥	١٢	١٨	٢
مركز الفئة			١٥		٢٥

ويمكن تمثيل البيانات بالمُضَلَّع التَّكراريّ الآتي:



المحور الأُفُقيّ

يُمَثِّلُ ....

المحور العموديّ

يُمَثِّلُ ....

عدد الطَّلبة الّذين تقلّ علاماتهم عن ١٣

هو ....

تَكرار الفئة الّتي مركزها ٢٠ ....

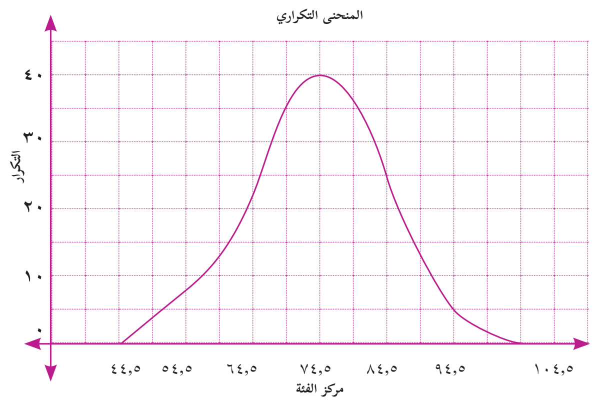
ثالثاً- المنحنى التَّكراريّ:

المنحنى التَّكراريّ: هو منحنى مقفل بسيط، يوضِّح أيّ القيم تَكرارها أكثر من الأُخرى، ويَنْتُجُ المنحنى من توصيل النِّقاط الّتي إحداثيّاتُ كلٍّ منها(مركز الفئة، والتَّكرار المقابل لها)، ولكي يصبح المنحنى مقفلاً، نُعَيِّنُ مركز (فئة سابقة)، تَكرارها صفر، ومركز (فئة لاحقة)، تكرارها صفر.

نشاط (٤): يُمَثِّلُ الجدول التَّكراريّ الآتي فئاتِ كُتَلِ (١٠٠) موظّف بالكيلوغرام في إحدى المؤسسات، أُكْمِلُ الجدول:

الفئات	٥٠ – ٥٩	٦٠ – ٦٩	٧٠ – ٧٩	٨٠ – ٨٩	٩٠ – ٩٩
التَّكرار	٨	٢٢	٤٠	٢٥	٥
مركز الفئة	٥٤,٥				

ويمكن تمثيل البيانات بالمنحنى التَّكراريّ الآتي:



المحور الأُفقيّ يُمَثِّلُ ....

المحور العموديّ يُمَثِّلُ ....

مركز الفئة الأكثر تكراراً هو ......

عدد الموظّفين الّذين كُتَلُهم أقلّ من ٧٠ كغم هو ....

رابعاً- المنحنى التَّكراريّ المتجمّع الصّاعِد:

نشاط (٥): يُمَثِّلُ الجدول التَّكراريّ الآتي توزيع علامات ٥٠ طالباً في مادّة اللّغة الإنجليزيّة:

الفئات	٥٠ – ٥٩	٦٠ – ٦٩	٧٠ – ٧٩	٨٠ – ٨٩	٩٠ – ٩٩	المجموع
التَّكرار (عدد الطلبة)	٣	٥	١٨	١٦	٨	٥٠

من الجدول السابق، أُلاحظُ أنّ:

عدد الطَّلبة الحاصلين على علامة ٦٩ وأقل هو: ٥ + ٣ = ٨ طلّاب.

عدد الطَّلبة الحاصلين على علامة ٨٩ وأقل هو ....

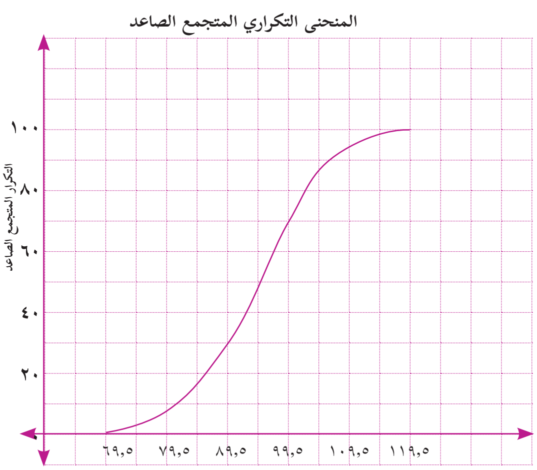
أَتَعَلَّم: التَّكرار المتجمّع الصّاعِد (التَّكرار التّراكميّ): هو مجموع كلّ تَكرار مع جميع التَّكرارات الّتي تسبقه.

المنحنى التَّكراريّ المتجمّع الصّاعِد: هو منحنى تتجمّع فيه التَّكرارات على التّوالي من أحد طرفيه إلى طرفه الآخر، وصولاً إلى التَّكرار الكُلّيّ، ويَنْتُجُ المنحنى من توصيل النِّقاط الّتي إحداثيّاتُ كلٍّ منها (الحدود الفعليّة العليا، والتَّكرار المتجمّع الصّاعِد).

نشاط (٦): في مشروع لنظافة الأحياء الفلسطينية، تم تعيين (١٠٠) عامل أجورهم بالدّينار. أُكْمِلُ الجدول الآتي:

الفئات	التَّكرار	الحدود الفعليّة العليا	التَّكرار المتجمّع الصّاعِد
٧٠ – ٧٩	٨	٧٩,٥	٨
٨٠ – ٨٩	٢٢		٣٠
٩٠ – ٩٩	٤٠		
١٠٠ – ١٠٩	٢٥		
١١٠ – ١١٩	٥		١٠٠

ويمكن تمثيل البيانات بالمنحنى التَّكراريّ المتجمّع الصّاعِد كما يأتي:



المحور الأفقيّ يُمَثِّلُ..................

المحور العموديّ يُمَثِّلُ..............

الحدّ الفعليّ الأعلى لفئة الأجور الّتي تَكرارها المتجمّع الصّاعِد ٣٠ هو ٨٩,٥.

عدد العمال الّذين أجورهم أكثر من ٩٩,٥ ديناراً هو............... (لماذا؟)

أفكر: لماذا سُمي المنحنى منحى متجمع صاعد.

تمارينُ ومسائِل

١ يُمَثِّلُ الجدول التَّكراريّ الآتي كُتَلَ (٤٢) طالباً بالكيلوغرام من طلبة الصَّفّ السّابع في مدرسة الشُّهداء:

فئات الكُتَل	٤٠ – ٤٤	٤٥ – ٤٩	٥٠ – ٥٤	٥٥ – ٥٩	٦٠ – ٦٤
التَّكرار (عدد الطّلبة)	٥	١٠	١٢	٨	٧

أ أرسمُ المدرَّج التَّكراريّ لهذا التّوزيع.

ب أرسمُ المُضّلَّع التَّكراريّ لهذا التّوزيع.

٢ أُمَثِّلُ الجدول التَّكراريّ الآتي بالمنحنى التَّكراريّ، والمنحنى التَّكراريّ المتجمّع الصّاعِد:

الفئات	٣ – ٥	٦ – ٨	٩ – ١١	١٢ – ١٤	١٥ – ١٧	١٨ – ٢٠
التَّكرار	٤	٥	٦	٧	٥	٣

أُناقش: ما الفرق بين المنحنى التَّكراريّ، والمنحنى التَّكراريّ المتجمّع الصّاعِد؟

(٤-٣) مقاييس النَّزْعة المركزيّة للجداول التَّكراريّة

نشاط (١): تتعدّد المؤسّسات الثّقافيّة في فِلَسطين، من مراكزَ ثقافيِّة، ومَتاحِفَ، وغيرِها. قام الجهاز المركزيّ للإحصاء الفِلَسطينيّ في العام ٢٠١٥م برصد عدد المراكز الثّقافيّة العاملة في ١٦ محافظةً فِلَسطينيّة، فكانت كالآتي:

٦٩ ١٢ ٤٥ ٨٩ ٢٩ ١٣ ٣٢ ١٢ ٥٠

٨١ ٨٣ ١٦ ٣٠ ١٧ ٩ ٩

معدل عدد المراكز الثّقافيّة:

$\overline{س} = \frac{\sum س}{ن} = \_\_\_\_\_\_ = ...$ مركز ثقافيّ.

ترتيب القيم تصاعديّاً: ٩، ٩، ، ، ، ، ، ، ، ، ، ، ، ، ٨٩،

الوسيط لعدد المراكز الثّقافيّة = ٢٩,٥ (لماذا؟)

المنوال لعدد المراكز الثّقافيّة هو .... وَ ....

أوّلاً- الوسط الحسابيّ للجداول التَّكراريّة:

أَتَعَلَّم: $\overline{س} = \frac{\sum (س \times ت)}{\sum ت}$ حيث: $\overline{س}$: الوسط الحسابيّ، $\sum$ت: مجموع التَّكرارات،

س: مركز الفئة، $\sum$: رمز المجموع.

نشاط (٢): في فصل الربيع تم رصد سرعة الرياح (كم / س) لعشرين يوم متتالٍ، فكانت النتائج كالتالي، أُكْمِلُ الجدول:

الفئات	التَّكرار (ت)	مركز الفئة (س)	س× ت
٥ – ٩	٥		٣٥
١٠ – ١٤	٢	١٢	
١٥ – ١٩	٦		
٢٠ – ٢٤	٣	٢٢	
٢٥ – ٢٩	٤		
المجموع			

ويمكن إيجاد الوسط الحسابيّ لسرعة الرياح:

$\sum$(س×ت) = ...

$$\bar{س} = \frac{\sum(س\times ت)}{\sum ت} = ...$$

ثانياً- الوسيط للجداول التَّكراريّة:

سبق وأن أوجدت الوسيط للبيانات غير مكتوبة في جدول تَكراريّ، وهو القيمة الّتي يسبقها من القيم يساوي ما يليها من القيم بعد ترتيبها تصاعدياً أو تنازلياً، ولإيجاد الوسيط للجداول التَّكراريّة، فإنَّ الوسيط يساوي القيمة في الحدود الفعليّة العليا الّتي تَكرارها التراكميّ هو مجموع التَّكرارات مقسوماً على ٢.

أَتَعَلَّم: رتبة الوسيط للجدول التّكراريّ هي مجموع التّكرارات مقسوماً على ٢. وبالرّموز:

رتبة الوسيط $= \frac{\sum ت}{٢}$.

نشاط (٣): تنظم وزارة التّربية والتعليم مسابقاتٍ ثقافيّةً، كانت إحدى تلك المسابقات عن إلقاء قصيدة للقدس، اختارت إحدى المديريّات ٢٨ طالباً من طلبة الصّفّ التّاسع؛ للمشاركة في المسابقة. يمكن إيجاد الوسيط لزمن إلقاء القصيدة؛ كي يترشّح الطّالب للمسابقة، وكانت نتائجهم في الجدول التّكراريّ الآتي:

الفئات (الزّمن بالدّقائق)	٢ – ٤	٥ – ٧	٨ – ١٠	١١ – ١٣	١٤ – ١٦
التّكرار	٢	٥	٧	١٠	٤
الحدود الفعليّة العليا	٤,٥	٧,٥			
التّكرار التّراكميّ	٢		١٤		

أُكْمِلُ الجدول السّابق.

رتبة الوسيط $= \frac{\sum ت}{٢} =$ ١٤

الحدّ الفعليّ الأعلى الّتي يقابلها رتبة الوسيط هو.......... .

الوسيط لزمن إلقاء القصيدة؛ كي يترشّح الطّالب للمسابقة هو ١٠,٥ دقائق.

مِثال:

يُمَثِّلُ الجدول التّكراريّ الآتي عدد السّاعات الّتي يقضيها (١٠) أشخاص في المطالعة:

الفئات	١ – ٥	٦ – ١٠	١١ – ١٥	١٦ – ٢٠
عدد الأشخاص	٢	٤	٣	١

أَجِدُ الوسيط لعدد السّاعات الّتي يقضيها الشَّخص في المطالعة.

الحل: ١) أَجِدُ الحدود الفعليّة العليا، والتّكرار التّراكميّ للجدول التّكراريّ.

الفئات	التكرار(ت)	الحدود الفعلية العليا	التكرار التراكمي
١ – ٥	٢	٥,٥	٢
٦ – ١٠	٤	١٠,٥	٦
١١ – ١٥	٣	١٥,٥	٩
١٦ – ٢٠	١	٢٠,٥	١٠

٢) رتبة الوسيط $= \frac{\sum ت}{٢} = \frac{١٠}{٢} = ٥$

رتبة الوسيط تقع في التّكرار التّراكميّ بين ٢، ٦.

٣) أُعَيِّنُ الفئة الوسيطيّة؛ لأنّ الوسيط يقع ضمنها.

الفئة الوسيطيّة هي ٥,٥ _ ١٠,٥

٥,٥	٢
س	٥
١٠,٥	٦

٤) $\frac{س - ٥,٥}{١٠,٥ - ٥,٥} = \frac{٥ - ٢}{٦ - ٢}$ (لماذا؟)

$\frac{س - ٥,٥}{٥} = \frac{٣}{٤}$

٥) بالضّرْب التّبادليّ: س _ ٥,٥ $= \frac{١٥}{٤}$ ، ومنها: س $=$ ٥,٥ $+ \frac{١٥}{٤} =$ ٩,٢٥

ومنها: الوسيط = ٩,٢٥.

ثالثاً- المنوال للجداول التّكراريّة:

نشاط (٤): أُكْمِلُ الجدول التّكراريّ الآتي:

الفئات	١ – ٥	٦ – ١٠	١١ – ١٥	١٦ – ٢٠
ت	٢	٤	٣	١
مركز الفئة	٣			١٨

الفئة الأكثر تَكراراً هي ....

مركز الفئة الأكثر تكراراً هو............ .

أتعلّم: المنوال للجداول التّكراريّة: هو مركز الفئة الأكثر تَكراراً.

نشاط (٥): أَجِدُ المنوال للجدول التّكراريّ الآتي الّذي يُمَثِّلُ توزيع علامات (٣٢) طالباً في إحدى المباحث:

الفئات	٤٠ – ٤٤	٤٥ – ٤٩	٥٠ – ٥٤	٥٥ – ٥٩	٦٠ – ٦٤	٦٥ – ٦٩
التّكرار	٢	٦	٨	٧	٥	٤

المنوال: ....

تمارينُ ومسائِل

١ يُمَثِّلُ الجدول الآتي كُتَلَ أمتعةِ مجموعةٍ من المسافرين بالكيلوغرام:

الفئات	١٠ – ١٥	١٦ – ٢١	٢٢ – ٢٧	٢٨ – ٣٣	٣٤ – ٣٩	٤٠ – ٤٥
عدد المسافرين	١٢	١٥	٢٠	١٣	١٢	٨

أَحْسِبُ قيمة ما يأتي:

أ) الوسط الحسابيّ. ب) الوسيط. جـ) المنوال.

٢ يُمَثِّلُ الجدول الآتي عدد ساعات العمل الإضافيّ لـ (٣٠) عاملاً يعملون في إحدى الشّركات، خلال أسبوع:

مركز الفئة	٧	١٠	١٣	١٦
عدد العُمّال	٢	١٤	٨	٦

أُجيبُ عما يأتي:

أ) ما الحدود الفعليّة لعدد ساعات العمل الإضافيّ للفئة الّتي مركزُها (١٠)، علماً أنّ الحدّ الأدنى للفئة الأولى هو ٦؟

ب) ما معدّل عدد ساعات العمل الإضافيّ للعُمّال في هذه الشركة؟

جـ) ما القيمةُ الّتي يحصل ٥٠٪ من العُمّال على عدد ساعات عمل إضافي أَقلّ منها، و ٥٠٪ منهم يحصلون على عدد ساعات عمل إضافي أعلى منها؟

د) ما فئةُ عدد ساعات العمل الإضافيّ الأكثر تَكراراً؟

(٤-٤) الانحراف المعياريّ للجداول التَّكراريّة

نشاط (١): قام الجهاز المركزيّ للإحصاء الفِلَسطينيّ برصد عدد حوادث الطُّرق في فِلَسطين حَسَبَ الشَّهر، للعام ٢٠١٤م، وكان عدد الحوادث كما يأتي:

٦٤٧	٥٩٣	٦١٨	٦٧٤	٧٤٦	٦٦٠
٦٤٩	٦٨٥	١١٧٩	٥٥٨	٥٧٤	٥٩٤

المعدل الشهري لعدد حوادث الطُّرق هو ....

أكثر القيم بُعْداً عن المعدّل هي ١١٧٩(لماذا؟)

أقرب قيمة على المعدّل هي ....

أتَعَلَّم: الانحراف المعياريّ للجداول التَّكراريّة: هو الجذر التّربيعيّ لمجموع حاصل ضرب التَّكرارات في مربّع انحراف مراكز الفئات عن الوسط الحسابيّ مقسوماً على مجموع التَّكرارات، ويُعَبَّرُ عنه بالعلاقة الآتية:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (س - \overline{س})^{٢} \times ت}{\sum ت}}$$ ، حيث:

ت: تَكرار الفئة، س: مركز الفئة، $\overline{س}$: الوسط الحسابيّ.

نشاط (٢): يمثل الجدول الآتي توزيع علامات الطّلبة للصّفّ التّاسع في مادّة الرّياضيّات:

أُكْمِلُ الجدول:

الفئات	التّكرار (ت)	مركز الفئة (س)	س × ت	$(س - \bar{س})^٢$	$(س - \bar{س})^٢ \times ت$
٢٧ – ٣٥	٣	٣١	٩٣		
٣٦ – ٤٤	٥	٤٠			
٤٥ – ٥٣	٦				
٥٤ – ٦٢	٨				
٦٣ – ٧١	٧				
٧٢ – ٨٠	٧				
٨١ – ٨٩	٦	٨٥			
المجموع					

$\bar{س}$ = ...

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (س - \bar{س})^٢ \times ت}{ن}} = \text{.................}$$

تمارينُ ومسائِل

١ أَحْسِبُ الانحراف المعياري لجدول التّوزيع التّكراريّ الآتي، والّذي يُبَيِّنُ علامات ٣٠ طالباً في امتحان اللّغة العربيّة:

الفئات	١٢ – ١٤	١٥ – ١٧	١٨ – ٢٠	٢١ – ٢٣	٢٤ – ٢٦
التّكرار	٣	٨	١٠	٧	٢

٢ الجدول التّكراريّ الآتي يُمَثِّلُ علاماتِ (٢٠) طالباً في امتحانٍ لمادّة الإحصاء:

الفئات	٥ – ٩	١٠ – ١٤	١٥ – ١٩	٢٠ – ٢٤	٢٥ – ٢٩
التّكرار(ت)	٥	١	٣	٧	٤

أَحْسِبُ الانحراف المعياريّ لعلامات الطلبة.

(٤-٥) تمارينُ عامّة

١ أضعُ دائرة حول رمز الإجابة الصَّحيحة فيما يأتي:

١ يتكوّن جدول التّوزيع التّكراريّ من عموديْنِ على الأقلّ، ما هما؟

أ) الفئات، والحدود الفعليّة. ب) التّكرار، ومراكز الفئات.

جـ) الفئات، والتّكرار. د) الفئات، والتّكرار المتجمّع الصّاعِد.

٢ عند تمثيل الجدول التّكراريّ بالمنحنى التّكراريّ المتجمّع الصّاعِد، ماذا يُمَثِّلُ المحورَ العموديّ؟

أ) التّكرار. ب) التّكرار المتجمّع الصّاعِد.

ج) مراكز الفئات. د) الحدود الفعليّة.

٣ في جدول يبين درجة الحرارة في فصل الشتاء، ما مركز الفئة ١٠ – ١٤؟

أ) ١٢ ب) ٢ جـ) ٢٤ د) ٤

٤ أحد المقاييس الآتية ليس من مقاييس النَّزْعة المركزيّة:

أ) المنوال. ب) الوسط الحسابيّ. جـ) الوسيط. د) الانحراف المعياريّ.

٥ إذا كان $\sum$(س×ت)= ٥٠٠، وكان $\overline{\text{س}}$ = ١٠ ، فما مجموع التّكرارات؟

أ) ٥٠٠ ب) ١٠ جـ) ٥٠ د) ١٠٠

٦ إذا كان $\sum$ت×(س – $\overline{\text{س}}$)^{٢} = ٣٢٠، ن = ٤٠ ، فما قيمة σ ؟

أ) ٢$\sqrt{٢}$ ب) ٨ جـ) ٦٤ د) $\sqrt{٣٢٠}$

٢ حصل ٣٠ طالباً في الصّفّ الثّامن الأساسيّ في إحدى المدارس على النّتائج الآتية في امتحان اللّغة الإنجليزيّة:

٨٠	٧٠	٧٤	٥٤	٥٩	٧٢
٧٢	٦٠	٥٨	٤٢	٧٥	٨٠
٦٥	٧٥	٦٢	٦٣	٨٩	٧٧
٤٠	٨٣	٨٢	٧٠	٧٩	٨٤
٥٣	٩٠	٧٣	٥٢	٦٩	٧٥

أُفْرِغُ هذه البيانات في جدول تَكراريّ، عددُ فئاته ٦.

الحدود الفعلية العليا

٣ يُمَثِّلُ الجدولُ الآتي التّوزيعَ التّكراريّ لعلامات (٢٠) طالباً:

الفئات	٤ – ٨	٩ – ١٣	١٤ – ١٨	١٩ – ٢٣	٢٤ – ٢٨
عدد الطَّلبة	٢	٤	٨	٥	١

أُمَثِّلُ التّوزيع التّكراريّ بما يأتي:

أ بالمدرَّج التَّكراريّ.

ب بالمُضَلَّع التَّكراريّ.

جـ بالمنحنى التَّكراريّ.

د بالمنحنى التَّكراريّ المتجمّع الصّاعِد

٤ أَستخدمُ البياناتِ الواردةَ في الجدول التَّكراريّ الآتي؛ للإجابة عن الأسئلة الّتي تليه:

الفئات	١ – ٥	٦ – ١٠	١١ – ١٥	١٦ – ٢٠
التَّكرار	٢	٤	٣	١

أ أَحْسِبُ الوسط الحسابيّ للبيانات.

ب أَحْسِبُ الوسيط للبيانات.

جـ أَحْسِبُ المنوال للبيانات.

د أَحْسِبُ الانحراف المعياريّ للبيانات.

أقيّم ذاتي: أعبر بلغتي عن المفاهيم الاكثر اثارة التي تعلمتها في هذه الوحدة.

مشروع الوحدة:

يتكوّن فريق كرة السَّلّة من خمسةِ لاعبين، موزّعينَ على خمسة مراكز، هي: لاعبُ الهجومِ الخلفيّ، والمُدافعُ المُسَدِّد، ولاعبُ الهجومِ صغيرِ الحجم، ولاعبُ الهجومِ قويُّ الجسم، ولاعبُ الوَسَط.

أقومُ وأفرادَ مجموعتي بتشكيل فريق كرة السَّلّة لصفّي، بحيث تكونُ أطوالهم على الأقلّ ١٥٠ سم.

أقومُ بتوزيع الفريق على المراكز الخمسة، بناءً على أطوالهم، وشروط كلّ مركز.

أقومُ بحسابِ معدّلِ أطوالِ فريقِ كرةِ السَّلّةِ الّذي قمتُ بتشكيله

روابط مقترحة

mathworld.wolfram.com/Line.html
www.calculatorsoup.com > Statistics

شكل من أشكال منهج النشاط؛ يقوم الطلبة (أفراداً أو مجموعات) بسلسلة من ألوان النشاط التي يتمكنون خلالها من تحقيق أهداف ذات أهمية للقائمين بالمشروع. ويمكن تعريفه على أنه: سلسلة من النشاط الذي يقوم به الفرد أو الجماعة لتحقيق أغراض واضحة ومحددة في محيط اجتماعي برغبة ودافعية.

ميزات المشروع:

١. قد يمتد زمن تنفيذ المشروع لمدة طويلة ولا يتم دفعة واحدة.
٢. ينفّذه فرد أو جماعة.
٣. يرمي إلى تحقيق أهداف ذات معنى للقائمين بالتنفيذ.
٤. لا يقتصر على البيئة المدرسية وإنما يمتد إلى بيئة الطلبة لمنحهم فرصة التفاعل مع البيئة وفهمها.
٥. يستجيب المشروع لميول الطلبة وحاجاتهم ويثير دافعيّتهم ورغبتهم بالعمل.

خطوات المشروع:

أولاً: اختيار المشروع: يشترط في اختيار المشروع ما يأتي:

١. أن يتماشى مع ميول الطلبة ويشبع حاجاتهم.
٢. أن يوفّر فرصة للطلبة للمرور بخبرات متنوعة.
٣. أن يرتبط بواقع حياة الطلبة ويكسر الفجوة بين المدرسة والمجتمع.
٤. أن تكون المشروعات متنوعة ومترابطة وتكمل بعضها البعض ومتوازنة، لا تغلّب مجالاً على الآخر.
٥. أن يتلاءم المشروع مع إمكانات المدرسة وقدرات الطلبة والفئة العمرية.
٦. أن يُخطّط له مسبقاً.

ثانياً: وضع خطة المشروع:

يتم وضع الخطة تحت إشراف المعلم حيث يمكن له أن يتدخّل لتصويب أي خطأ يقع فيه الطلبة.
يقتضي وضع الخطة الآتية:

١. تحديد الأهداف بشكل واضح.
٢. تحديد مستلزمات تنفيذ المشروع، وطرق الحصول عليها.
٣. تحديد خطوات سير المشروع.
٤. تحديد الأنشطة اللازمة لتنفيذ المشروع، **(شريطة أن يشترك جميع أفراد المجموعة في المشروع من خلال المناقشة والحوار وإبداء الرأي، بإشراف وتوجيه المعلم).**
٥. تحديد دور كل فرد في المجموعة، ودور المجموعة بشكل كلّي.

ثالثاً: تنفيذ المشروع:

مرحلة تنفيذ المشروع فرصة لاكتساب الخبرات بالممارسة العملية، وتعدّ مرحلة ممتعة ومثيرة لما توفّره من الحرية، والتخلص من قيود الصف، وشعور الطالب بذاته وقدرته على الإنجاز حيث يكون إيجابياً متفاعلاً خلّاقاً مبدعاً، ليس المهم الوصول إلى النتائج بقدر ما يكتسبه الطلبة من خبرات ومعلومات ومهارات وعادات ذات فائدة تنعكس على حياتهم العامة.

دور المعلم:

١. متابعة الطلبة وتوجيههم دون تدخّل.
٢. إتاحة الفرصة للطلبة للتعلّم بالأخطاء.
٣. الابتعاد عن التوتّر مما يقع فيه الطلبة من أخطاء.
٤. التدخّل الذكي كلما لزم الأمر.

دور الطلبة:

١. القيام بالعمل بأنفسهم.
٢. تسجيل النتائج التي يتم التوصل إليها.
٣. تدوين الملاحظات التي تحتاج إلى مناقشة عامة.
٤. تدوين المشكلات الطارئة (غير المتوقعة سابقاً).

رابعاً: تقويم المشروع: يتضمن تقويم المشروع الآتي:

١. **الأهداف** التي وضع المشروع من أجلها، ما تم تحقيقه، المستوى الذي تحقّق لكل هدف، العوائق في تحقيق الأهداف إن وجدت وكيفية مواجهة تلك العوائق.
٢. **الخطة** من حيث وقتها، التعديلات التي جرت على الخطة أثناء التنفيذ، التقيّد بالوقت المحّدد للتنفيذ، ومرونة الخطة.
٣. **الأنشطة** التي قام بها الطلبة من حيث، تنوّعها، إقبال الطلبة عليها، توافر الإمكانات اللازمة، التقيد بالوقت المحدد.
٤. تجاوب الطلبة مع المشروع من حيث، الإقبال على تنفيذه بدافعيّة، التعاون في عملية التنفيذ، الشعور بالارتياح، إسهام المشروع في تنمية اتجاهات جديدة لدى الطلبة.

يقوم المعلم بكتابة تقرير تقويمي شامل عن المشروع من حيث:

- أهداف المشروع وما تحقّق منها.
- الخطة وما طرأ عليها من تعديل.
- الأنشطة التي قام بها الطلبة.
- المشكلات التي واجهت الطلبة عند التنفيذ.
- المدة التى استغرقها تنفيذ المشروع.
- الاقتراحات اللازمة لتحسين المشروع.

المراجع

فريدريك بل (1986):طرق تدريس الرياضيات:الجزء الثاني؛ (ترجمة محمد المفتي و ممدوح سليمان). قبرص:الدار العربية للنشر والتوزي

اللحام، أنور (1990): الجبر ، ط4 ، مطبعة دار الكتاب ، دمشق

ابو الوفاء البوزجاني (1971): علم الحساب العربي ، تحقيق د. احمد سعيدان ،عمان .

انور عكاشة واخرون (1990): تاريخ الرياضيات ، مؤسسة دار الكتب للطباعة والنشر ، عمان

كارتر ، فيليب ؛ راسيل ، كين (2010): الدليل الكامل في اختبارات الذكاء، مكتبة جرير ، السعودية

هاشم الطيار، ويحي سعيد (1977): موجز تاريخ الرياضيات، مؤسسة دار الكتب للطباعة والنشر، جامعة الموصل.

السبتي ، جورج (1988): ، الجبر الخطي ، دار الحكمة ، جامعة البصرة

الجنابي، احمد نصيف (1980):، الرياضيات عند العرب، منشورات دار الجاحظ للنشر، الجمهورية العراقية

الزغلول، عماد (2005)، الإحصاء التربوي، الطبعة الاولى، دار الشروق للنشر والتوزيع.

عبد اللطيف، علي اسحق (1993): عالم الهندسة الرياضية ابن الهيثم، منشورات الجامعة الأردنية، عمان، الاردن .

الخوارزمي ، محمد بن موسى (1939): كتاب الجبر والمقابلة ، تقديم علي مصطفى مسرفة ومحمد مرسي احمد ، القاهرة

ريتش، بارنيت (2004) : الجبر الأساسي ، ، الدار الدولية للاستثمارات الثقافية –القاهرة- مصر

Kline, M,(1972): Mathematics Thought From Ancient to Modern Times, Oxford, N.Y

Lamborg.James(2005):Math reference,Wiley ,N.Y

Bell,E,T(1937): ,Men of Mathematics ,Simon and Schuter,N.Y

Friel,Suzan.Rashlin,Sid.Doyle,Dot.& others(2001): Navigating through Algebra in Grades 6-8. NCTM. RESTON, VIRGINIA .

لجنة المناهج الوزارية:

د. صبري صيدم
د. بصري صالح
م. فواز مجاهد
أ. ثروت زيد
أ. عزام أبو بكر
أ. علي مناصرة
د. شهناز الفار
د. سمية نخالة
م. جهاد دريدي

اللجنة الوطنية لوثيقة الرياضيات:

أ. ثروت زيد
د. تحسين المغربي
د. عطا أبوهاني
د. شهناز الفار
أ. حنان أبو سكران
د. سمية النخالة
أ. نشأت قاسم
أ. أحلام صلاح
د. محمد صالح (منسقاً)
د. عادل فوارعة
د. سعيد عساف
د. علي نصار
أ. كوثر عطية
أ. احمد سياعرة
أ. نادية جبر
د. معين جبر
أ. وهيب جبر
د. محمد مطر
د. أيمن الأشقر
د. وجيه ضاهر
أ. قيس شبانة
أ. نسرين دويكات
د. علي عبد المحسن
د. عبد الكريم ناجي
د. علا الخليلي
أ. ارواح كرم
أ. فتحي أبو عودة
أ. مبارك مبارك
أ. عبد الكريم صالح

المشاركون في ورشات عمل الجزء الأول من كتاب الرياضيات للصف التاسع:

د. تحسين مغربي
أ. جهاد أبو جاسر
أ. عهود طه
أ. عبد الله مهنا
أ. وفاء موسى
أ. باسم المدهون
أ. فلسطين الخطيب
أ. أحلام صلاح
أ. محمد الفرا
أ. راتب نصار
أ. أمل جبور
أ. مؤيد الحنجوري
أ. رفيق الصيفي
أ. عبد العزيز شلالدة
أ. نايف الطيطي
أ. رانية شريم
أ. ميسون جمل
أ. عار ف السعافين
أ. سرين أبو عيشة
أ. صلاح الترك
أ. وهبة ثابت
أ. ريم العويضات
أ. منال الصباغ
أ. ابتسام اسليم
أ. سهيل شبير
أ. محاسن سحويل

تَمَّ بِحَمْدِ الله