ملخص قوانين الوحدة الأولى
التفاضل والتكامل

١) متوسط التغير

أ) إذا كان $ص = د(س)$ اقترانًا وتغيّر $س$ من $س_1$ إلى $س_2$ فإن :-

١) التغير في $س = \Delta س = س_2 - س_1$

٢) التغير في $ص = \Delta ص = ص_2 - ص_1$

$= د(س_2) - د(س_1)$

٣) متوسط التغير $= \frac{\text{التغير في } ص}{\text{التغير في } س}$

$= \frac{\Delta ص}{\Delta س}$

$= \frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1}$

$= \frac{د(س_2) - د(س_1)}{س_2 - س_1}$

ب) إذا كان $و(س) = ب د(س) + ب$ ، حيث $ب، ج \in ح$ ، $ب \neq ٠$

فإن : متوسط تغير الاقتران $و(س) = ب$ في متوسط تغير الاقتران $د(س)$

وبالرموز : $\frac{\Delta و(س)}{\Delta س} = ب \cdot \frac{\Delta د(س)}{\Delta س}$

٢) المشتقة الأولى وقواعد الاشتقاق

١) إذا كان $ص = د(س)$ معرفًا عند $س = ب$ ، فإن :

$د'(ب) = \text{نهـ}_{هـ \to ٠} \frac{د(ب + هـ) - د(ب)}{هـ}$

ويرمز للمشتقة الأولى بالرمز: $\frac{ص}{س}$ ، $\frac{ص}{س}\Big|_{س=ب}$ ، $ص'_{س=ب}$ ، $ص'$

٣) إذا كان $ص = د(س) = ب$ ، $ب \in ح$ ، فإن $د'(س) = ٠$

٢) إذا كان $ص = د(س) = ب س + ب$ ، حيث $ب، ب \in ح$
فإن: $د'(س) = ب$

٤) إذا كان $د(س) = س^{ن}$ ، $ن \in ح$ ، $ن \neq ٠$ ، $ن \neq ١$
فإن: $د'(س) = ن س^{ن-١}$

٥) إذا كان $د(س)$ قابلاً للاشتقاق ، $ب \in ح$ ، $ب \neq ٠$ ،
فإن $(ب د(س))' = ب د'(س)$

٦) إذا كان $د(س)$ ، $ه(س)$ قابلين للاشتقاق، فإن
$(د \pm ه)'(س) = د'(س) \pm ه'(س)$

٧) إذا كان $ه(س)$ ، $د(س)$ قابلين للاشتقاق عند $س = ب$
فإن: $(د \times ه)'(ب) = د(ب) \times ه'(ب) + ه(ب) \times د'(ب)$
مشتقة حاصل ضرب اقترانين = الأول × مشتقة الثاني +
الثاني × مشتقة الأول.

٨) إذا كان $د(س)$ ، $ه(س)$ قابلين للاشتقاق عند $س = ب$
فإن: $\left(\frac{د}{ه}\right)'(ب) = \frac{ه(ب) \times د'(ب) - د(ب) \times ه'(ب)}{(ه(ب))^{٢}}$

مشتقة خارج قسمة اقترانين =
المقام × مشتقة البسط − البسط × مشتقة المقام
مربع المقام

٢) القيم القصوى للاقتران

١) إذا كان ق(س) معرفاً على الفترة [أ، ب] ، فإن ق(س) يكون:

أ) متزايداً في [أ، ب] ، إذا كانت ق'(س) > صفر لكل س في الفترة] أ، ب [

أي يكون متزايد إذا كانت المشتقة الأولى للاقتران موجبة .

ب) متناقصاً في [أ، ب] ، إذا كانت ق'(س) < صفر لكل س في] أ، ب [

أي يكون الاقتران متناقص إذا كانت المشتقة الأولى للاقتران سالبة .

ج) ثابتاً في الفترة [أ، ب] ، إذا كانت ق'(س) = صفر لكل س في] أ، ب [

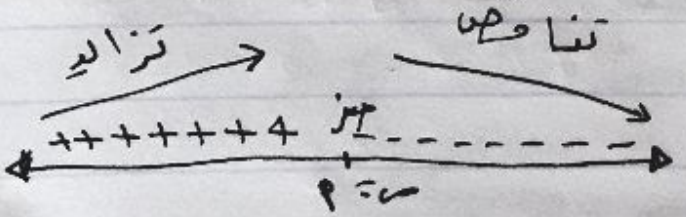
أي يكون الاقتران ثابتاً عندما تكون المشتقة الأولى تساوي الصفر أي عندما يكون الاقتران

٢) القيمة القصوى:

يكون للاقتران ق(س) قيمة عظمى عند س = أ ، إذا كان:

١) ق'(أ) = صفر

٢) يغير ق(س) سلوكه حول س = أ من تزايد إلى تناقص

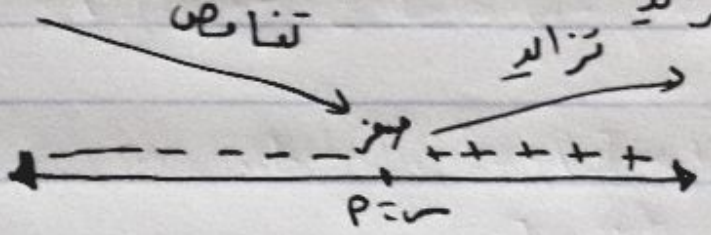


٣) القيمة الصغرى:

يكون للاقتران ق(س) قيمة عظمى عند س = أ ، إذا كان:

ق'(أ) = صفر

٢) يغير الاقتران سلوكه حول س = م من تناقص إلى



٤) التكامل غير المحدود

١) إذا كان ق(س) اقترانًا وقاعدة الأولى هـ(س). فإن:
∫ هـ(س) د س = ق(س) + ج ، حيث ج ثابت التكامل

٢) ∫ أ د س = أ س + ج ، حيث أ، ج ∈ ح.

٣) ∫ س^ن د س = س^(ن+١) / (ن+١) + ج ، حيث ن، ج ∈ ح، ن ≠ -١

٤) إذا كان هـ(س)، و(س) قابلين للتكامل فإن:
∫ (هـ ± و)(س) د س = ∫ هـ(س) د س ± ∫ و(س) د س

٥) إذا كان هـ(س) قابلًا للتكامل، أ ∈ ح، فإن:
∫ أ هـ(س) د س = أ ∫ هـ(س) د س

٥) التكامل المحدود

١) إذا كان هـ(س) اقترانًا قابلًا للاشتقاق، فإن

∫_أ^ب هـ(س) د س = ق(س) |_أ^ب = ق(ب) - ق(أ)

٢) مساحة التكامل المحدود تساوي جزءًا دائمًا

٣) $\int_{ب}^{ب} د(س) \, ك س$ = صفر ، حيث ب ∈ ح

أي أنه إذا ساوى الحد الأعلى مع الحد الأدنى فإن التكامل المحدود يساوي صفر

٤) $\int_{ب}^{ا} د(س) \, ك س = - \int_{ا}^{ب} د(س) \, ك س$

أي أنه عند تبديل الحد الأعلى بالحد الأدنى، الأدنى بالأعلى تتغير إشارة ناتج التكامل.

٥) إذا كان د(س) متزايداً على الفترة [ا، ب] ، كان ا < جـ < ب

فإن : $\int_{ا}^{ب} د(س) \, ك س = \int_{ا}^{جـ} د(س) \, ك س + \int_{جـ}^{ب} د(س) \, ك س$