١١

بسم الله الرحمن الرحيم

دولـــة فلسطين
وزارة التربية والتعليم

الرياضيـــــــات

الفرع العلمي والصناعي

الفترة الثانية

دولـــة فلسطين
وزارة التربية والتعليم
مركز المناهج

mohe.ps | mohe.pna.ps | moehe.gov.ps
.com/MinistryOfEducationWzartAltrbytWaltlym
+970-2-2983250 فاكس | +970-2-2983280 هاتف

حي الماصيون، شارع المعاهد
ص. ب 719 - رام الله - فلسطين
pcdc.mohe@gmail.com | pcdc.edu.ps

المحتويات

الوحدة

٢

النتاجات

يتوقع من الطلبة بعد الإنتهاء من دراسة هذه الوحدة المتمازجة والتفاعل مع أنشطتها أن يكونوا قادرين على توظيف العبارات الرياضية وادوات الربط وأنظمة المعادلات في الحياة العملية من خلال الآتي:

١. التعرف إلى العبارات المسورة جزئياً وكلياً، والحكم على صحتها.
٢. إثبات صحة بعض العبارات الرياضية باستخدام طرق البرهان الرياضي (المباشر، والتناقض).
٣. حلّ نظام مكون من ثلاث معادلات خطيّة.
٤. حلّ نظام من معادلتين إحداهما خطيّة، والأخرى تربيعيّة.
٥. حلّ نظام من معادلتين تربيعيتين.
٦. حلّ معادلات أسيّة، ولوغاريتمية.
٧. حلّ معادلات تتضمن القيمة المطلقة.
٨. حلّ نظام من متباينتين خطيّتين بمتغيرين.

٢ - ١ العبارات الرياضية المتكافئة (Equavalence of Mathematical Statements)

أولاً: إثبات تكافؤ عبارتين رياضيتين مركبتين باستخدام جداول الصواب:

من الاستخدامات المهمة لجداول الصواب، هو استخدامها في إثبات تكافؤ عبارتين رياضيتين، ويتم ذلك بكتابة قيم الصواب الممكنة لكل من العبارتين، وملاحظة القيم المتناظرة لهما:

مثال ١ : أتأمل جدول الصواب للعبارتين: ~(ف ∧ ن) ، ~ف ∨ ~ن

ف	ن	ف ∧ ن	~(ف ∧ ن)	~ف	~ن	~ف ∨ ~ن
ص	ص	ص	خ	خ	خ	خ
ص	خ	خ	ص	خ	ص	ص
خ	ص	خ	ص	ص	خ	ص
خ	خ	خ	ص	ص	ص	ص

ألاحظ أن قيم صواب العبارتين المتناظرة في الجدول هي ذاتها، فأقول: إن العبارتين متكافئتان، وأكتب ذلك بالرموز ~(ف ∧ ن) ≡ ~ف ∨ ~ن

والتكافؤ السابق يوضح لنا كيف ننفي العبارة المركبة (ف ∧ ن) ، حيث يتم ذلك بنفي مركبتيها، وتحويل أداة الربط ∧ إلى ∨ ، فعند قولنا ليس صحيحاً أن «الفول من البقوليات والزعتر نبات طبي» فإن ذلك يعني: إما أن الفول ليس من البقوليات أو أن الزعتر ليس نباتاً طبياً.

تعريف: تكون العبارتان الرياضيتان المركبتان متكافئتين، إذا كان لهما نفس قيم الصواب المتناظرة في جدول صوابهما.

مثال ٢ : أبين تكافؤ أو عدم تكافؤ العبارتين ف ∨ ~ن ، ~ف ∧ ن باستخدام جدول الصواب

الحل :

ف	ن	~ن	ف ∨ ~ن	~ف	~ف ∧ ن
ص	ص	خ	ص	خ	خ
ص	خ	ص	ص	خ	خ
خ	ص	خ	خ	ص	ص
خ	خ	ص	ص	ص	خ

ألاحظ أن قيم الصواب المتناظرة للعبارتين ليست نفسها، لذا ف ∨ ~ن لا تكافئ ~ف ∧ ن

نشاط ١: إليك العبارتين التاليتين:

ف: الوطن عزيز، ن: الحرية غالية

- أعبر عن ف ← ن ، ~ن ← ~ف بالكلمات

- أملأ الفراغات اللازمة في جدول الصواب الآتي:

ف	ن	ف ← ن	~ن	~ف	~ن ← ~ف
ص	ص	ص			
ص	خ	خ			
خ	ص	ص			
خ	خ	ص			

-ماذا ألاحظ على قيم الصواب المتناظرة للعبارتين ف ← ن ، ~ن ← ~ف ؟

ألاحظ أن ف ← ن ≡ ~ن ← ~ف وهذا يوصلني إلى التعريف الآتي:

تعريف: المعاكس الإيجابي للعبارة الرياضية ف ← ن هو ~ن ← ~ف

مثال ٣ : أكتب المعاكس الإيجابي لكل مما يأتي:

١ إذا ساد العدل أمن المجتمع.

٢ إذا كان العدد ١٧ أولياً فإن مجموعة قواسمه ليست ثنائية.

٣ (س − ٢) من عوامل $س^{٣}$ − ٨ ، إذن $س^{٣}$ − ٨ = (س − ٢) ($س^{٢}$ + ٤)

الحل :

١ إذا لم يأمن المجتمع لم يسد العدل.

٢ إذا كانت مجموعة قواسم العدد ١٧ ثنائية فإنه ليس أولياً.

٣ إذا كان $س^{٣}$ − ٨ ≠ (س − ٢) ($س^{٢}$ + ٤) فإن (س − ٢) ليس من عوامل $س^{٣}$ − ٨

أتعلّم:

١ ~ (~ف) ≡ ف نفي النفي (النفي المتكرر)

٢ ~(ف ∧ ن) ≡ ~ ف ∨ ~ن ، ~(ف ∨ ن) ≡ ~ ف ∧ ~ن قانونا دي مورغان

٣ نفي العبارة الرياضية الشرطية إذا كان ف فإن ن: هو ف و ليس ن أي بتثبيت مقدمتها ونفي تاليها.

أي أن ~ (ف ← ن) ≡ ف ∧ ~ ن

مثال ٤ : أنفي ما يأتي:

١ إذا كان ق(س) اقتراناً زوجياً فإن منحناه متماثل حول نقطة الأصل.

٢ هـ^س اقتران متزايد إذن (هـ^٣ > هـ^٢).

الحل :

١ ق(س) اقتران زوجي ومنحناه غير متماثل حول نقطة الأصل..

٢ هـ^س اقتران متزايد و (هـ^٣ ≤ هـ^٢).

تمارين ومسائل ٢-١

١ أبين تكافؤ أو عدم تكافؤ العبارات الرياضية الآتية باستخدام جداول الصواب:

١ ف ← ~ن ، ~ف ∧ ن

٢ (ف ∧ ن) ← ~ف ، ~ف ∨ ~ن

٢ أكتب المعاكس الإيجابي للعبارات الرياضية الآتية:

١ (٣ ∋ ط) ← (√٢ ∋ ص)

٢ إذا كان التدخين مضراً بالصحة أو الفواكه مفيدة فإن السمك عالي القيمة الغذائية.

٣ أنفي العبارات الرياضية الآتية:

١ إذا كان المثلث متساوي الأضلاع فإنه حاد الزوايا.

٢ المنطق من فروع الرياضيات إذن الرياضيات لغة العلوم.

٣ ٢ > √٥ ≥ ٣

٢ - ٢ العبارات الرياضية المسورة (Quantified Mathematical Statements)

أولاً: العبارات الرياضية المسورة كلياً

تعريف: إذا كانت ق(س) جملةً مفتوحةً فإن العبارة الرياضية لكل س، ق(س) تسمى عبارة رياضيةً مسورةً كلياً وتكتب ∀ س، ق(س).

لتكن العبارة الرياضية ق(س) : الأم حنون، يمكن كتابة العبارة الرياضية «جميع الأمهات حنونات» رمزياً بالصورة ∀ س، ق(س).

وتكون العبارة الرياضية ∀ س، ق(س) صائبةً إذا كانت مجموعة حلها مساويةً لمجموعة تعويضها، أي أنها تكون صائبةً، إذا كان كل تعويض للمتغير من مجموعة التعويض يجعلها صائبةً.

مثال ١ : أجد قيمة صواب العبارة الرياضية المسورة الآتية:

∀ س، (س + ١)^{٢} = س^{٢} + ٢س + ١ ، س ∈ ح.

الحل : العبارة الرياضية صحيحة عند أي تعويض س من مجموعة التعويض، إذن العبارة المسورة صائبة.

وتكون العبارة المسورة ∀ س، ق(س) خاطئةً، إذا كانت مجموعة حلها لا تساوي مجموعة التعويض، أي أنه إذا وجد تعويض واحد على الأقل من مجموعة التعويض يجعلها خاطئةً.

مثال ٢ : ما قيمة صواب العبارة المسورة ∀ س، س^{٢} > صفر ، س∈ ص؟

الحل : التعويض س = ٠ يجعل العبارة الرياضية خاطئةً، إذن العبارة المسورة خاطئة.

نشاط ١ : أبين قيم الصواب للعبارات الآتية:

١ جميع المثلثات قائمة الزاوية.

ألاحظ أن هذه العبارة المسورة خاطئة، لعلمنا بوجود كثير من المثلثات غير القائمة، كالمثلث منفرج الزاوية على سبيل المثال لا الحصر ...

٢ كل عدد يقبل القسمة على ١٠ يقبل القسمة على ٥ .

هذه عبارة صحيحة، أفكر في إثباتها بشكل عام .

٣ جميع أعمار طلبة الصف الحادي عشر تزيد عن ١٤ عاماً.

٤ $\forall$ س $\in$ ح، س^{٢} > س

٥ $\forall$ س $\in$ ح، س^{٢} = (س−١)(س + ١) + ١

ثانياً: العبارات الرياضية المسورة جزئياً

تعريف: إذا كانت هـ(س) جملةً مفتوحةً فإن العبارة الرياضية يوجد س : هـ(س) تسمى عبارةً رياضيةً مسورةً جزئياً وتكتب $\exists$ س: هـ(س)

وتكون هذه العبارة الرياضية صائبةً، إذا وجد تعويض واحد على الأقل من مجموعة التعويض، يجعلها صائبةً، وتكون خاطئةً، إذا كان كل تعويض من مجموعة التعويض يجعلها خاطئةً، أي أن مجموعة حلها = $\emptyset$

مثال ٣: ما قيمة صواب كل من العبارات الرياضية المسورة الآتية:

١ بعض الأعداد الطبيعية تقسم على ٥.

٢ $\exists$ ع : ع^{٣} = −٨ ، ع $\in$ ط

٣ $\exists$ ص: ص^{٤} = ٥ ، ص $\in$ ح

٤ $\forall$ س ، (٢س = س^{٢}) $\vee$ (٢س عدد زوجي) ، س $\in$ ح

الحل :

١ صائبة.

٢ خاطئة.

٣ صائبة.

٤ خاطئة.

تمارين ومسائل ٢-٢

١ أضع دائرةً حول رمز الإجابة الصحيحة فيما يأتي:

١ ما العبارة المسورة الصائبة فيما يأتي؟

أ) E س: س^{٢} = س ، س ∋ ص−   ب) ∀ س، س^{٣} = س ، س ∋ ط

جـ) E س: س^{٢} = س^{٣} ، س ∋ ن   د) E ك: ك^{٢} = −ك ، ك ∋ ط

٢ ما العبارة المسورة الخاطئة فيما يأتي، إذا كانت مجموعة التعويض = ح ؟

أ) E س: [س] = ٣,٥   ب) E س: |س| = ٨

جـ) E س: $\frac{\text{س}}{\text{س}^{٢} + ١}$ < ٠   د) E س: $\sqrt{\text{س} + ١}$ = ٩

٣ أحدد العبارة المسورة الصائبة فيما يأتي؟

أ) ∀ س، س ∋ ح ← س^{٢} ∋ ح$^{+}$ ب) ∀ س، س ∋ ص ← س+١ ∋ ط

جـ) ∀ س، س ∋ ح ← $\sqrt{\text{س}}$ ∋ ن   د) ∀ س، س ∋ ط ← $\sqrt{\text{س}}$ ∋ ح

٢ أبين صواب أو خطأ كل من العبارات المسورة الآتية، مع ذكر السبب.

١ E س: س^{٢} = ٢ ، س ∋ ح

٢ ∀ س، س ≥ ٠ ← س^{٢} < ٠ ، س ∋ ح

٣ ∀ س، E ص: س > ص ، س، ص ∋ ح

٤ E س، ص: (٢س + ص = ٦) ∧ (س + ١ = $\frac{١}{٢}$) ، س، ص ∋ ح

٥ E $\overleftarrow{\text{أ}}$، $\overleftarrow{\text{ب}}$: |$\overleftarrow{\text{أ}}$ + $\overleftarrow{\text{ب}}$| = |$\overleftarrow{\text{أ}}$| + |$\overleftarrow{\text{ب}}$|؛ $\overleftarrow{\text{أ}}$، $\overleftarrow{\text{ب}}$ ينتميان لمجموعة المتجهات في الفراغ.

٢ - ٣ نفي العبارة المسورة (Negative Of Quantified Statements)

تعريف: ~ (□ س ، ق(س)) هو (E س : ~ ق(س))

أما إذا أردت نفي العبارة «بعض أجهزة الحاسوب معطلة» فإن نفيها هو: كل أجهزة الحاسوب غير معطلة» أي أنه عند نفي العبارة الرياضية المسورة جزئياً، فإننا نستبدل السور الجزئي E بالسور الكلي□ وننفي الجملة المفتوحة.

تعريف: ~ (E س : ق(س)) هو (□ س،~ ق(س))

مثال ١ : أنفي العبارات المسورة الآتية:

١ كل الأعداد الطبيعية هي أعداد حقيقية.
٢ بعض الأعداد الحقيقية نسبية.
٣ □ س ، س □ ص ← س□ ن
٤ E س : ق(س) اقتران زوجي وفردي.

الحل :

١ بعض الأعداد الطبيعية ليست حقيقية.
٢ كل الأعداد الحقيقية غير نسبية.
٣ E س : س □ ص □ س □ ن
٤ □ س ، ق(س) اقتران ليس زوجياً أو ليس فردياً.

تمارين ومسائل ٢-٣

١ أضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة فيما يأتي:

١ ما نفي العبارة الرياضية «بعض الحيوانات غير مفترسة» ؟

أ) كل الحيوانات غير مفترسة .
ب) بعض الحيوانات غير مفترسة.
جـ) كل الحيوانات مفترسة.
د) بعض الحيوانات مفترسة.

٢ أي العبارات الرياضية الآتية تكافئ نفي العبارة الرياضية «بعض مصادر المعلومات موسوعات».

أ) جميع مصادر المعلومات موسوعات.
ب) كل مصادر المعلومات ليست موسوعات.
جـ) يوجد مصادر معلومات ليست موسوعات.
د) بعض مصادر المعلومات موسوعات.

٢ ما قيم صواب العبارات المسورة الآتية؟:

١ E س □ ص : ٢ ≥ س > ٥
٢ □ س □ [٠، ٥] ، $س^{٢}$ > ١
٣ E س □ ص : س ≤ ٠ □ س > ١

٢ - ٤ البرهان الرياضي (Mathematical Proof)

نشاط ١: نحتاج في حياتنا اليومية في كثير من الأحيان، إثبات صحة فرضية ما، فمثلاً: إذا أراد أبو سعيد الذي يمتلك مصنعاً للجلود اختبار الفرضية «كلما زاد عدد العمال، زاد ربح المصنع» فهو بحاجة لاختبار صحة أو خطأ هذه الفرضية، وللوصول إلى النتيجة، يجب التسلسل بخطوات منطقية ومقنعة ومبنية على الحجج والبراهين، للاقتناع بصحة أو خطأ هذه الفرضية.

كيف يمكن التحقق من صحة هذه الفرضية؟

في هذا الدرس سنتطرق لبعض طرق البرهان لإثبات صحة عبارة رياضية شرطية، تكتب على الصورة : ف ← ن.

لنتذكر أن العبارة الشرطية ف ← ن ،تكون صائبةً عندما: (ف صائبة ، ن صائبة)، (ف خاطئة، ن صائبة)، (ف خاطئة، ن خاطئة)، لذلك لإثبات صحة هذه العبارة الشرطية، سنستخدم عدة طرق: البرهان المباشر، والبرهان غير المباشر، والبرهان بالتناقض، والبرهان بالاستقراء الرياضي.

أولاً: البرهان المباشر

في هذه الطريقة، نفرض أن العبارة ف صائبة، ومن خلال خطوات منطقية مبررة نصل إلى أن ن صائبة، وبهذا تكون العبارة : ف ← ن صائبةً.

مثال ١ : إذا كانت أ ، ب ،جـ ثلاثة أعداد صحيحة موجبة، وكان أ أحد عوامل ب ، ب أحد عوامل جـ ، فأثبت أن أ أحد عوامل جـ.

الحل : نفرض ف : أ أحد عوامل ب و ب أحد عوامل جـ ، ن : أ أحد عوامل جـ.

المطلوب إثبات صحة: ف ← ن .

أ أحد عوامل ب، إذن ب = أ ك ، حيث ك عدد صحيح موجب.

ب أحد عوامل جـ، إذن جـ = ب ل ، حيث ل عدد صحيح موجب.

بتعويض قيمة ب نجد أن جـ = أ ك ل، لكن ك ل عدد صحيح موجب نفرضه م .

جـ = أ م إذن أ أحد عوامل جـ.

مثال ٢ : إذا كان أ عدداً فردياً و ب عدداً زوجياً، فإن أ ب = عدد زوجي.

الحل : نفرض ف : أ عدد فردي و ب عدد زوجي، ∴ أ = ٢ك + ١ حيث ك ∋ ص

و ب = ٢ل حيث ل ∋ ص   ن : أ ب عدد زوجي

المطلوب إثبات صحة: ف ← ن .

أ × ب = (٢ك + ١)(٢ل) = ٤ك ل + ٢ل = ٢ (٢ك ل + ل)

لكن ٢ك ل = عدد صحيح ونفرض أنه م............. لماذا؟

∴ أ × ب = ٢(م + ل) = ٢ و، حيث و ∋ ص....... لماذا؟

∴ أ ب عدد زوجي.

مثال ٣ :

الحل : نفرض ف : أ ،ب ، جـ أعداد حقيقية.

ن : أ^{٢} + ب^{٢} + جـ^{٢} ≤ أ ب + أ جـ + ب جـ .

المطلوب إثبات صحة: ف ← ن .

تذكر أن س^{٢} ≥ ٠ .... لماذا؟

إذن (أ − ب)^{٢} + (أ − جـ)^{٢} + (ب − جـ)^{٢} ≥ ٠ .... لماذا؟

أ^{٢} − ٢أ ب + ب^{٢} + أ^{٢} − ٢أ جـ + جـ^{٢} + ب^{٢} − ٢ب جـ + جـ^{٢} ≥ ٠

(٢أ^{٢} + ٢ب^{٢} + ٢جـ^{٢}) − (٢أ ب + ٢أ جـ+ ٢ب جـ) ≥٠ بالقسمة على ٢

(أ^{٢} + ب^{٢} + جـ^{٢}) − (أ ب + أ جـ+ ب جـ) ≥ ٠

∴ (أ^{٢} + ب^{٢} + جـ^{٢}) ≥ (أ ب + أ جـ+ ب جـ)

ثانياً: الاستقراء الرياضي

تستخدم هذه الطريقة لإثبات كثير من النظريات والتعميمات في الرياضيات والمتعلقة بالأعداد الطبيعية. عند استخدام هذه الطريقة بالبرهان:

- **نتحقق أن العبارة صحيحة عندما ن = ١ .**
- **نفرض أنها صحيحة عندما ن = ك ، ك ∈ ط***
- **نثبت صحتها عندما ن = ك + ١**

مثال ٤ : أثبت أن ١ + ٢ + ٣ + ... + ن = $\frac{\text{ن (ن + ١)}}{\text{٢}}$

الحل : أولاً: عندما ن = ١ فإن ١ = $\frac{\text{١ (١ + ١)}}{\text{٢}}$ = $\frac{\text{٢}}{\text{٢}}$ = ١

إذن عندما ن = ١ العبارة صحيحة.

ثانياً: نفرض أن العبارة صحيحة عندما ن = ك

أي أن : ١ + ٢ + ٣ + ... + ك = $\frac{\text{ك (ك + ١)}}{\text{٢}}$

ثالثاً: نثبت صحتها عندما ن = ك + ١ .

نعلم أن ١ + ٢ + ٣ + ... + ك = $\frac{\text{ك (ك + ١)}}{\text{٢}}$ بالفرض

١ + ٢ + ٣ + ... + ك + (ك + ١) = $\frac{\text{ك (ك + ١)}}{\text{٢}}$ + (ك + ١) ... لماذا؟

= (ك + ١) ($\frac{\text{ك}}{\text{٢}}$ + ١) ... لماذا؟

= (ك + ١) ($\frac{\text{ك + ٢}}{\text{٢}}$) ... لماذا؟

= $\frac{\text{(ك + ١) (ك + ٢)}}{\text{٢}}$ ... لماذا؟

مثال ٥ : أثبت أن ٣$^{\text{ن}}$ − ١ يقبل القسمة على ٢.

الحل : أولاً: نتحقق من صحة العبارة عندما ن = ١

٣$^{\text{١}}$ − ١ = ٣ − ١ = ٢ تقبل القسمة على ٢ عبارة صحيحة.

ثانياً: نفرض أن العبارة صحيحة عندما ن = ك ،

أي أن: ٣$^{\text{ك}}$ − ١ يقبل القسمة على ٢

أي أن : ٣$^{\text{ك}}$ − ١ = ٢م حيث م عدد صحيح موجب.

ثالثاً:   نثبت صحتها عندما ن = ك + ١

$٣^{ك} - ١ = ٢م$ بالفرض

- $٣(٣^{ك} - ١) = ٢م \times ٣$ بضرب الطرفين بالعدد ٣ ، أي أن: $٣^{ك+١} - ٣ = ٦م$
- $٣^{ك+١} - ١ = ٦م + ٢$ بجمع العدد ٢ للطرفين
- $٣^{ك+١} - ١ = ٢(٣م + ١)$ ، لكن $(٣م + ١)$ = عدد صحيح موجب مثل و ... لماذا؟
- $٣^{ك+١} - ١ = ٢و$
- إذن $٣^{ك+١} - ١$ يقبل القسمة على ٢
- العبارة صحيحة عندما ن = ك + ١

(أحاول أن أحل هذا المثال بطريقة أخرى).

مثال ٦: أثبت أن: $\frac{١}{١ \times ٢} + \frac{١}{٢ \times ٣} + \frac{١}{٣ \times ٤} + \dots + \frac{١}{(ن) \times (ن + ١)} = \frac{ن}{(ن + ١)}$

الحل : أولاً: نتحقق من صحة العبارة عندما ن = ١

أي أن: $\frac{١}{١ \times ٢} = \frac{١}{(١ + ١)} = \frac{١}{١ \times ٢}$

ثانياً: نفرض أن العبارة صحيحة عندما ن = ك

أي أن : $\frac{١}{١ \times ٢} + \frac{١}{٢ \times ٣} + \frac{١}{٣ \times ٤} + \dots + \frac{١}{ك \times (ك + ١)} = \frac{ك}{(ك + ١)}$

ثالثاً:   نثبت صحتها عندما ن = ك + ١

$$\left(\frac{١}{١ \times ٢} + \frac{١}{٢ \times ٣} + \frac{١}{٣ \times ٤} + \dots + \frac{١}{ك \times (ك + ١)}\right) + \frac{١}{(ك + ١) \times (ك + ٢)}$$

$$= \frac{ك}{(ك + ١)} + \frac{١}{(ك + ١) \times (ك + ٢)}$$ (بتوحيد المقامات)

$$= \frac{ك\,(ك + ٢) + ١}{(ك + ١) \times (ك + ٢)}$$

$$= \frac{ك^{٢} + ٢ك + ١}{(ك + ١) \times (ك + ٢)}$$

$$= \frac{(ك + ١)^{٢}}{(ك + ١) \times (ك + ٢)} \quad \text{..... (لماذا؟)}$$

$$= \frac{(ك + ١)}{(ك + ٢)}$$

∴ العبارة صحيحة عندما $ن = ك + ١$.

تمارين ومسائل ٢- ٤:

١ أثبت أن: إذا كان ك عدداً فردياً فإن $ك^{٢}$ عدد فردي.

٢ أثبت أن: $٨^{ن} - ١$ يقبل القسمة على ٧ ، باستخدام الاستقراء الرياضي.

٣ أثبت أن : $(٢)^{١} + (٢)^{٢} + (٢)^{٣} + \ldots + (٢)^{ن} = (٢)^{ن+١} - ٢$ ، باستخدام الاستقراء الرياضي.

٤ أثبت أن : $\frac{أ + ١}{أ + ٢} < \frac{أ + ٢}{أ + ٣}$ ، حيث $أ > $ صفر.

٢ - ٥ حل نظام مكون من ثلاث معادلات خطيّة Solving of Linear System of Three

نشاط ١: سافر خالد مع أبيه لزيارة عمه في الأردن، وأثناء الزيارة تعرّف على ابن عمه رامي. سأل خالد والده كم عمر ابن عمي رامي، فقال الأب: يا بنيّ: إنه يكبرك بأربع سنوات، كما أن خمسة أمثال عمره مضافاً إلى مثليْ عمرك، يساوي عمر جدك وهو٨٣ سنة.

الحل : إذا فرضنا أن عمر خالد س سنة، وعمر رامي ص سنة.

أتحقق أن ص = س+ ٤ و ٥ص + ٢س = ٨٣

ثم أحل النظام بإحدى الطرق التي تعلمتها، وأتحقق أن عمر رامي يساوي ١٣ سنة، وعمر خالد يساوي ٩ سنوات.

نشاط ٢: ينتج مصنع ألبان في مدينة طوباس ثلاثة أحجام من عبوات اللبن (الصغيرة، والمتوسطة والكبيرة) فإذا كان مجموع أثمان عبوة واحدة من كل حجم يساوي ٩ دنانير، ومجموع أثمان علبتين من الحجم الصغير وعلبة من الحجم المتوسط يقل بمقدار دينار عن مثليْ ثمن علبة من الحجم الكبير، وكان مجموع أثمان ثلاثة علب من الحجم الصغير وعلبة من الحجم المتوسط، يزيد عن ثمن علبة من الحجم الكبير بمقدار ٥ دنانير. أجد سعر كل حجم من العبوات.

الحل : نفرض أن ثمن الحجم الصغير س والمتوسط ص والكبير ع فيكون:

س + ص + ع = ٩ .... (١) (لماذا؟)

٢س + ص − ٢ع = −١ .... (٢) (لماذا؟)

٣س + ص − ع = ٥ .... (٣) (لماذا؟)

بطرح (١) من (٢) ينتج س − ٣ع = − ١٠ .... (٤)

بطرح (٣) من (٢) ينتج −س − ع = −٦ .... (٥)

أجد قيم س و ع ثم أتحقق أن ع = ٤ دنانير ، س = ٢ دينار، ثم أجد قيمة ص من إحدى المعادلات السابقة، وأتحقق أن ص = ٣ دنانير.

تمارين ومسائل ٢- ٥:

١ أحل النظام الآتي: ٧س + ٥ص − ٣ع = −٨ ، ٣س − ٥ص + ٢ع = −٤ ، ع + ٥س + ٣ص = ٠

٢ تعرض إحدى شركات الاتصالات الخليوية الفلسطينية ثلاثة عروض، فإذا اشترك شخص في العروض الثلاثة معا، فإنه يحصل على ٤٥٠ دقيقةً مجانيةً، وإذا اشترك في العرضيْن الأول والثاني، فإنه يحصل على ٢٥٠ دقيقةً مجانيةً، وإذا اشترك في العرضيْن الثاني والثالث، فإنه يحصل على ٣٥٠ دقيقةً مجانيةً. أجد عدد الدقائق المجانية لكل عرض.

٣ اتفق ثلاثة إخوة من قرية واد فوكين قضاء بيت لحم على أن يزرع كل واحد منهم نوعاً واحداً من الأشجار، فإذا اتفقوا على أن يزرع الأول أرضه زيتوناً، ويزرع الثاني أرضه لوزاً، ويزرع الثالث أرضه تفاحاً. فإذا كان عدد الأشجار التي زرعت من كل نوع، جميعها زيتون ما عدا ٥٠ شجرةً، وجميعها لوز ما عدا ٦٠ شجرةً، وجميعها تفاح ما عدا ٧٠ شجرةً. أجد كم شجرة من كل نوع زرع الإخوة الثلاثة؟

٢ - ٦ حلّ نظام من معادلتين في متغيرين: إحداهما خطيّة، والأخرى تربيعيّة
Solving of System with Linear and Quadratic Equations of Two Variables

نشاط ١: الحرم الإبراهيمي مكان مقدس للمسلمين، وهو مبني من حجارة كبيرة (أنظر الشكل المجاور) فإذا كان طول أحد الحجارة يزيد عن عرضه بمقدار ٦ متر تقريباً، وطول قطره يساوي $\sqrt{٥٧}$ متراً تقريباً.

أفرض أن طول الحجر س وعرضه ص

س = ص + ٦ (لماذا؟)

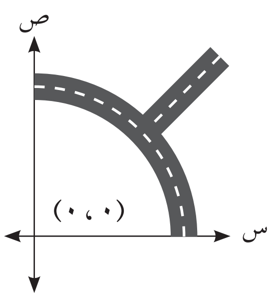
س^٢ + ص^٢ = ٥٧ (لماذا؟)

(ص+٦)^٢ + ص^٢ = ٥٧

باستخدام القانون العام لحل المعادلة التربيعية، والآلة الحاسبة، أتحقق أن طوله يساوي ٧,٤م تقريباً، وعرضه يساوي ١,٤م تقريباً.

نشاط ٢: شارعان أحدهما على شكل منحنى معادلته ٣س^٢ + ٤ص^٢ = ٢٨ والآخر مستقيم معادلته ٢ص = س + ٢ يلتقيان في مفترق طرق. أجد إحداثيي نقطة التقاطع. على اعتبار أن مركز الشارع المنحني هو (٠ ، ٠)

(انظر الشكل المجاور) (الوحدات بالكيلومتر)



٣ س^٢ + ٤ص^٢ = ٢٨

٢ص = س+٢ ينتج أن س = ٢ص −٢

٣(٢ص − ٢)^٢ + ٤ص^٢ = ٢٨

ومنها ينتج أن ٢ص^٢ − ٣ص −٢ = ٠

(٢ص + ١) (ص − ٢) = ٠

أجد قيم ص و س ثم أتحقق أن نقطة التقاطع هي (٢ ، ٢)

تمارين ومسائل ٢-٦:

١ أحلّ النظام الآتي: س + ص = ٥ ، ٣س^٢ − ٢ص^٢ = ١٩

٢ سجادة مستطيلة الشكل طولها يزيد عن عرضها بمقدار متر واحد، وقطرها يساوي $\sqrt{١٣}$ متراً، أجد أطوال أبعادها.

٣ أجد نقطة/ نقط تقاطع المستقيم الذي ميله يساوي ٣ ويمر بالنقطة (٢ ، ٥) مع المنحنى الذي معادلته ٢ص^٢ − ٣س^٢ = ٥

٤ أجد نقاط تقاطع منحنى الدائرة التي مركزها (٣ ، ٢) وطول نصف قطرها $\sqrt{٦١}$ مع المستقيم المار بنقطة الأصل والنقطة (١ ، ١).

٢ - ٧ حلّ نظام مكون من معادلتين تربيعيتين في متغيرين
Solving of System with Two Quadratic Equations with Two Variables

مثال ١ : بركة سباحة سطحها بيضاوي يحيط بها ممر صغير معادلته ٢س^{٢} + ٣ص^{٢} = ٦٩ فإذا قسمت إلى ثلاث مناطق (منطقتي أ و جـ للأطفال، والمنطقة ب للكبار) فإذا حددت المناطق بحبال تقع على منحنى العلاقة س^{٢} − ص^{٢} = ١٢ كما في الشكل المجاور. أجد نقط تقاطع الحبال مع أطراف البركة على اعتبار أن مركز البركة هو نقطة الأصل.

الحل : لإيجاد نقط تقاطع الحبال مع أطراف البركة نحل النظام:

٢س^{٢} + ٣ص^{٢} = ٦٩ ... (١)

س^{٢} − ص^{٢} = ١٢ ... (٢)

٣س^{٢} − ٣ ص^{٢} = ٣٦ (لماذا؟)

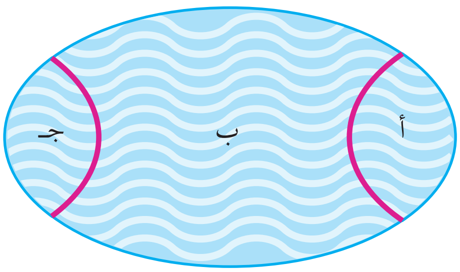
٥س^{٢} = ١٠٥

ومنها س = ± $\sqrt{٢١}$

∴ ص^{٢} = ٢١ − ١٢ = ٩

ومنها ص = ± ٣

∴ نقط التقاطع هي (± $\sqrt{٢١}$ ، ± ٣)



مثال ٢ : النقطة و(س ، ص) تتحرك في المستوى، بحيث يتحدد موقعها حسب العلاقتين الآتيتين:

س = ٣جتا ن ، ص = ٤ جا ن.

أجد نقط تقاطع مسار هذه النقطة مع منحنى العلاقة ١٦س^{٢} −٩ص^{٢} = ١٤٤

الحل : $\frac{\text{س}}{٣}$ = جتا ن ، كذلك $\frac{\text{ص}}{٤}$ = جا ن بتربيع المعادلتين وجمعهما ينتج أن:

$\frac{\text{س}^{٢}}{٩}$ + $\frac{\text{ص}^{٢}}{١٦}$ = جتا^{٢}ن + جا^{٢}ن = ١ (لماذا؟)

١٦س^{٢} + ٩ ص^{٢} = ١٤٤ .... (١)

١٦س^{٢} − ٩ص^{٢} = ١٤٤ ....(٢)

٣٢س^{٢} = ٢٨٨ ومنها ينتج أن س = ± ٣ ، ص = ٠

أي أن نقطتي التقاطع هما (± ٣ ، ٠)

تمارين ومسائل ٢-٧:

١ أحل أنظمة المعادلات الآتية:

أ س^{٢} + ص^{٢} = ١٠٠
٢س^{٢} − ص^{٢} = ٨

ب س^{٢} + ٢ص^{٢} − ٤١ = ٠
٢س^{٢} − ص^{٢} = ٢

٢ أجد نقطة/ نقط تقاطع المنحنى الذي معادلته (س − ٣ص)^{٢} + (س + ٣ص)^{٢} = ٢٢ مع المنحنى الذي معادلته س^{٢} − ٤ص^{٢} = −٢

٣ استورد تاجر نوعين من البلاط على شكل مستطيل، فإذا كان قطر أي قطعة من النوع الأول يساوي ٥٠ سم، وطول قطر أي قطعة من النوع الثاني ١٠$\sqrt{٥}$ سم، وكان طول القطعة من النوع الأول يساوي ضعفيْ طول القطعة من النوع الثاني، وعرض أي قطعة من النوع الأول يساوي ٣ أضعاف عرض أي قطعة من النوع الثاني. فما طول وعرض كل قطعة من النوعين؟

٤ تتحرك النقطة م(س ، ص) في المستوى بحيث يتحدد موقعها حسب العلاقتين:
س = قاهـ ، ص = ظاهـ ، حيث هـ تمثل قياس زاوية حادة،
أجد نقط تقاطع منحنى مسار هذه النقطة مع منحنى العلاقة س^{٢} + ص^{٢} = ٧

أولاً: حل معادلات أسّيّة:

مثال ١ : أحل المعادلة الأسّيّة الآتية : $٤^{٣س} = ٨^{(س+١)}$

الحل : $٢^{٦س} = ٢^{٣س+٣}$ (لماذا؟)

ومنها ٦س = ٣س + ٣

وينتج أن س = ١ (أتحقق من صحة النتيجة)

نشاط ١: أحل المعادلة $٩^{٢س-٦} - ١ = ٠$

$٩^{٢س-٦} = ١$

إذن ٢س − ٦ = ٠ (لماذا؟)

س = ٣

نشاط ٢: أحل المعادلة $\frac{٨ \times ١٠^{٣س}}{٢ \times ١٠^{٥س}} = ٤ \times ١٠^{٤}$

أختصر وأتحقق من أن: $١٠^{-٢س} = ١٠^{٤}$ وأن س = −٢

مثال ٢ : إذا كان ق(س) = $٤^{س} - ٢^{(س+١)}$، وكان ق(ب) = ٤٨ أجد قيمة ب

الحل : ق(ب) = ٤٨

$٤^{ب} - ٢^{(ب+١)} = ٤٨$

ومنها $٤^{ب} - ٢^{(ب+١)} - ٤٨ = ٠$

ومنها $٢^{(٢ب)} - ٢ \times ٢^{(ب)} - ٤٨ = ٠$

$(٢^{ب} - ٨)(٢^{ب} + ٦) = ٠$

ومنها ينتج أن ب = ٣ (لماذا؟)

ثانياً: حل معادلات لوغاريتمية

أناقش: أقارن بين حل المعادلة $٥^{س} = ٢٥$ والمعادلة $٥^{س} = ١٠$

حل المعادلات الأسّيّة بالطرق العادية ليس سهلاً دائماً؛ لذلك نلجأ إلى استخدام اللوغاريتمات لحل المعادلات الأسّيّة، ففي النشاط السابق لحل المعادلة $٥^{س} = ١٠$ نأخذ اللوغاريتم العادي (الأساس ١٠) للطرفين فينتج أن:

لـو$(٥^{س})$ = لـو(١٠) = ١ (لماذا؟) ومنها ينتج أن س لـو٥ = ١ ومنها س = $\frac{١}{لـو٥} \approx ١,٤٣$

مثال ٣: أحل المعادلة الآتية: لـو$_{٣}$ س + لـو$_{٣}$(س + ٦) = ٣

الحل : لـو$_{٣}$(س^{٢} +٦س) = ٣

ومنها ينتج أن س^{٢} + ٦س − ٢٧ = ٠ (لماذا؟)

(س + ٩)(س − ٣) = ٠

ومنها ينتج أن س = −٩ (مرفوض. لماذا؟) أو س = ٣ (مقبول)

نشاط ١: أحلّ المعادلة الآتية: ٢(لـو$_{٢}$س)^{٢} − ٥ لـو$_{٢}$ س − ٣ = ٠

إرشاد: أفرض ص = لـو$_{٢}$ س ثم أحل المعادلة الناتجة

وأتحقق من أن س = $\frac{١}{\sqrt{٢}}$ أو س = ٨

مثال ٤: أحلّ المعادلة الآتية: لـو ٥س − لـو(س−١) = لـو س

الحل : لـو ٥س − لـو(س−١) = لـو س

لـو $\frac{\text{٥س}}{\text{س − ١}}$ = لـو س

ومنها ينتج أن $\frac{\text{٥س}}{\text{س − ١}}$ = س

ومنها ينتج أن س^{٢} − س = ٥س

س^{٢} − ٦س = ٠

ومنها ينتج أن س = ٠ (مرفوض. لماذا؟) أو س = ٦ (مقبول)

تمارين ٢ -٨:

١ أحلّ كلاً من المعادلتين الآتيتين:

أ ٤$^{\text{س}^{٢}}$ − ٨$^{\text{س}}$ = ٠

ب هـ$^{\text{٢س}}$ − ٥ × هـ$^{\text{س}}$ + ٦ = ٠ ، حيث هـ العدد النيبيري

٢ أحلّ المعادلة الآتية: لـو$_{٢}$س − لـو$_{٢}$(س − ٤) = ٣

٣ أحلّ المعادلتين الآتيتين: ١) ٢ لـو$_{٢}$س + لـو$_{٢}$١٦ = ٢ ٢) (لـوس)^{٢} = لـوس^{٢}

٤ إذا كان ق(س) = لـو$_{٢}$ س^{٣} ، وكان هـ(س) = ٥ − لـو$_{٢}$ س^{٢} أجد نقطة تقاطع المنحنيين.

نشاط ١: أعلنت إحدى وكالات الأنباء عن تأجيل إطلاق مركبة فضائية، فهل خطر ببالك لماذا يتم التأجيل؟

لاشك أن هنالك عدة أسباب لذلك، من بينها الحالة الجوية. إذ يجب أن تكون درجة الحرارة عند إطلاق المركبة بين ٣٠ و ١٠٠ فهرنهايت، وأن لا تزيد سرعة الرياح عن ٥٠ كم/ س.

كيف يمكن تحديد الحالات التي يمكن إطلاق المركبات الفضائية فيها؟

هل يمكن كتابة متباينات، أو معادلات تمثل هذه الحالات؟ هل يمكن تمثيلها بيانياً؟

عند حل نظام مكون من متباينتين خطّيّتين بمتغيرين:

أولاً: أمثل كل متباينة في النظام بيانياً، وأظلل مجموعة الحل لها.

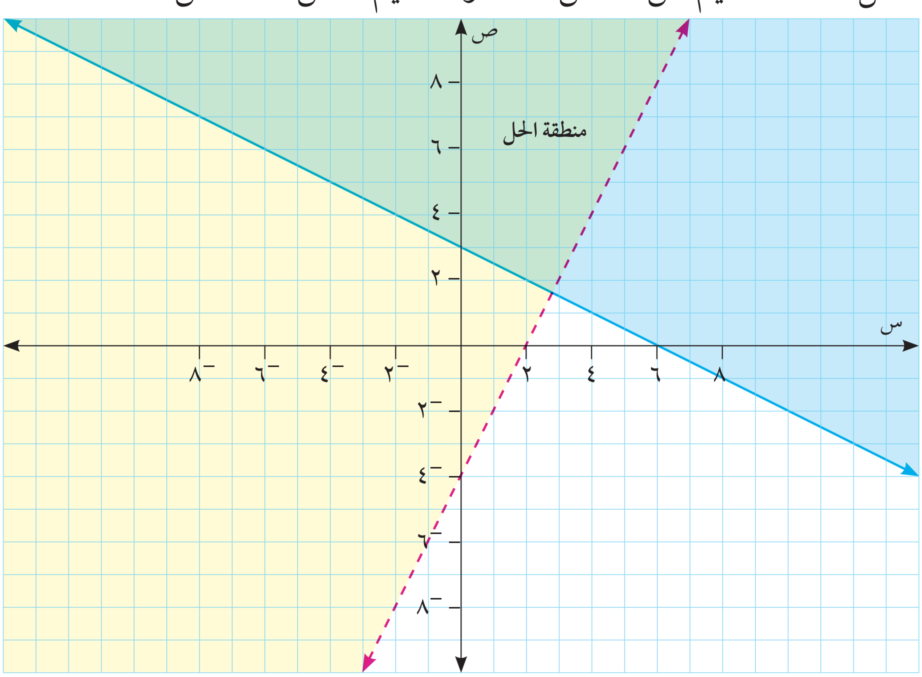
ثانياً: أحدد المنطقة المظللة المشتركة بين مناطق حل متباينات النظام، والتي تمثل منطقة حل النظام.

أتعلم: عند تمثيل الخط المستقيم الممثل لمعادلة المتباينة، يكون هذا الخط متصلاً عندما يكون في إشارة التباين مساواة، ويكون هذا الخط متقطعاً عندما لا يكون هناك إشارة مساواة.

مثال ١: أمثل بيانياً مجموعة الحل لنظام المتباينات الآتية:

٢س - ٤ > ص ، ٦ - س ≥ ٢ص .

الحل : نمثل الخط المستقيم ص = ٢س - ٤ ، والمستقيم ٢ص = ٦ - س



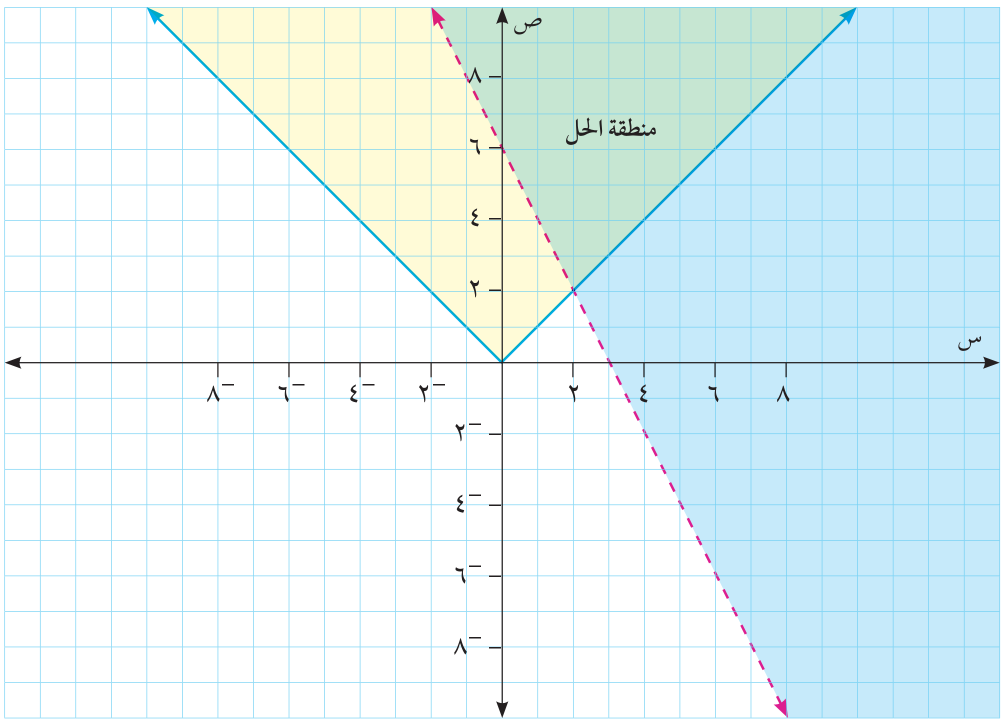
ألاحظ أن هنالك منطقةً مشتركةً بين منطقتي حل المتباينتين، ومجموعة الأزواج المرتبة الواقعة في هذه المنطقة تمثل مجموعة حل للنظام.

أتحقق أن (٢ ، ٤) ∌ مجموعة حل النظام السابق.

أتحقق أن (٠ ، ٠) ∌ مجموعة حل النظام السابق.

مثال ٢ : أمثل بيانياً مجموعة الحل لنظام المتباينات الآتي: | س| ≤ ص ، ٦ – ٢س < ص .

الحل : نمثل منطقة الحل لكل متباينة في المستوى البياني، فتكون منطقة الحل هي المنطقة المشتركة.



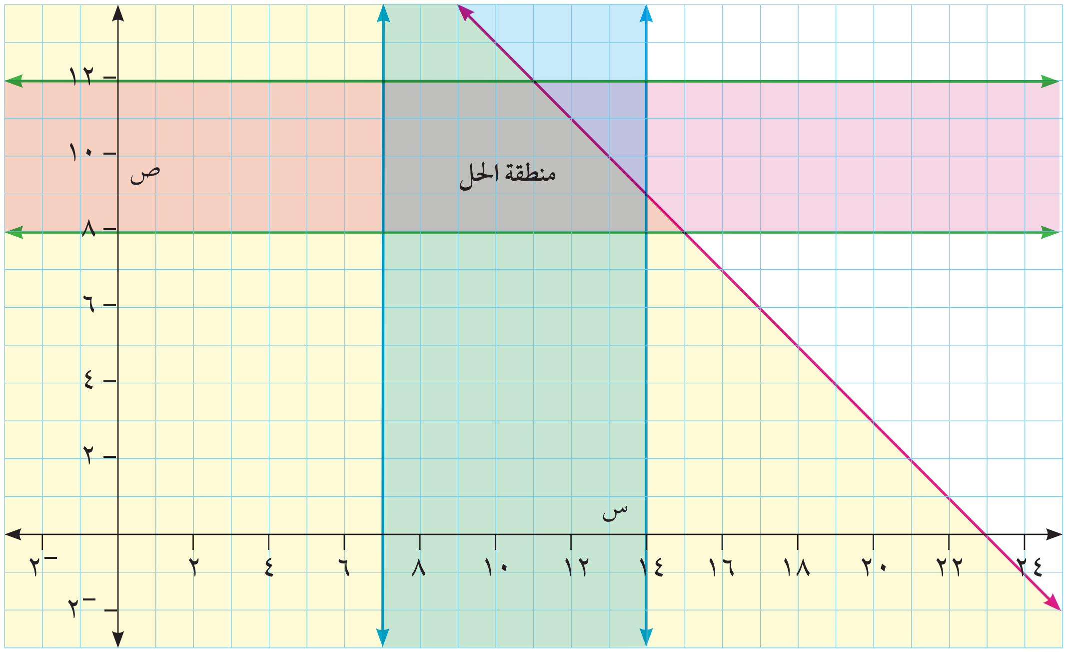
مثال ٣ : لدى خلود ٢٥ ساعةً على الأكثر للاستعداد لأداء ثلاثة امتحانات في الرياضيات والفيزياء والتاريخ، وقد وضعت جدولاً زمنياً لذلك، فخصصت ساعتين لدراسة التاريخ، وخصصت من ٧ إلى ١٤ ساعة لدراسة الرياضيات، أما الفيزياء فخصصت لدراستها من ٨ إلى ١٢ ساعة.

أكتب نظام متباينات خطّيّة يمثل هذا الجدول الزمني، وأمثلُه بيانياً.

الحل : أفرض أن عدد الساعات المخصصة لدراسة الفيزياء ص، وعدد الساعات المخصصة لدراسة الرياضيات س، ألاحظ أن س > ٠ ، ص > ٠، ... (لماذا؟)

٨ ≤ ص ≤ ١٢ ، ٧ ≤ س ≤ ١٤، وان س + ص≤ ٢٣... (لماذا؟)

أمثل مجموعة الحل لهذه المتباينات على النحو الآتي:

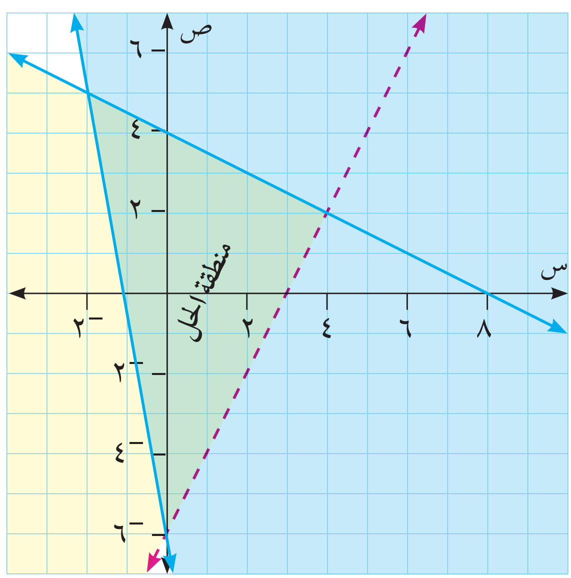


تمارين ومسائل ٢- ٩:

١ أحدد مجموعة الحل لنظام المتباينات الآتي بيانياً: ٢س + ١ ≥ ص ، ص ≥ ٨ ، ٤س + ٣ص ≤ ٨

٢ اشترك سعيد وأسيْد في تدريب للتحضير للمباراة النهائية، فإذا كانت عدد ساعات التدريب اليومي لسعيد لا تقل عن أربع ساعات، ولا تزيد عن ٨ ساعات، وعدد ساعات التدريب اليومي لأسيْد لا تقل عن ساعتين، ولا تزيد عن ٥ ساعات، وكانت عدد ساعات التدريب لكليهما لا تزيد عن ١٠ ساعات، أكتب نظام متباينات خطّيّة يمثل ساعات التدريب، وأمثله بيانياً.

٣ تمثل المنطقة المظللة في المستوى الإحداثي المجاور حلا لنظام من المتباينات الخطية بمتغيرين، أجد هذا النظام.



٢ - ١٠ حلّ معادلات تتضمن القيمة المطلقة Solving Equations with Absolute Value

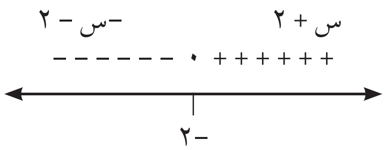
نشاط ١: أحل المعادلة الآتية: |٦ - ٢س| = ١٦

٦ - ٢س = ١٦ ....(١) أو ٦ - ٢س = ⁻١٦ ....(٢) (لماذا؟)

من (١) - ٢س = ١٠ ومنها س = ⁻٥ . أتحقق من (٢) أن   س = ١١

أفكر وأناقش : ما العلاقة بين |أ - ب| و |ب - أ|

مثال ١ : أحلّ المعادلة الآتية : |س + ٢| = ٣س - ١٢



الحل : بإعادة تعريف |س + ٢| والاستعانة بخط الأعداد

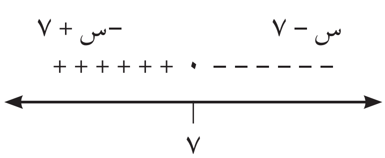
عندما س< -٢ ، تكون - س - ٢ = ٣س - ١٢

ومنها س = $\frac{٥}{٢}$ ترفض (لماذا؟)

عندما س ≥ -٢، تكون س + ٢ = ٣س - ١٢

ومنها س = ٧ تقبل (لماذا؟)

نشاط ٢: أحلّ المعادلة الآتية: |٧ - س| = س - ٧



٧ - س = ٠ ومنها س = ٧

عندما س≤ ٧ تكون س -٧ = س -٧،

ما مجموعة الحل في هذه الحالة؟

عندما س ≥ ٧ تكون ٧ - س = س -٧،

ما مجموعة الحل في هذه الحالة؟

أتحقق أن مجموعة الحل هي س∈ [٧ ، ∞[

مثال ٢ : أحلّ المعادلة الآتية: | س−٤ | + |٢س − ٤ | = ٤

	٢ > س	٢ < س < ٤	س > ٤
|س−٤|	٤ − س	٤ − س	س − ٤
|٢س − ٤|	−٢س + ٤	٢س − ٤	٢س − ٤
|س−٤| + |٢س − ٤|	−٣س + ٨	س	٣س − ٨

عندما س≥ ٢ تكون − ٣س + ٨ = ٤ ومنها س = $\frac{٤}{٣}$ (أتحقق من ذلك)

عندما ٤≤ س ≤ ٢ ينتج أن س = ٤ (أتحقق من ذلك)

وعندما س ≤ ٤ تكون ٣س −٨ = ٤ وينتج س = ٤

إذن الحل النهائي س = ٤ أو س = $\frac{٤}{٣}$

تمارين ومسائل ٢-١٠:

١ أحلّ المعادلات الآتية:

أ |٦ − ٥ س| = ٨

ب ٥ $\sqrt{\text{س}^{٢} + ٤\text{س} + ٤}$ − ١١ = ٤

٢ إذا كان ٥ أمثال العدد أ يبعد عن العدد ٧ بمقدار ٨ وحدات ما قيمة أ ؟

٣ أحلّ المعادلة الآتية:

$\sqrt{\text{س}^{٢} + ٦\text{س} + ٩}$ = |٩ − ٢س|

ورقة عمل (٢)

١ قذف جسم راسيا الى أعلى من سطح بناية حسب العلاقة ف = أ ن + ب ن^{٢} + جـ، حيث ف بالامتار، ن بالثواني ، فإذا رصد شخص ذلك الجسم من أسفل البناية فوجد أن ارتفاعه بعد ثانية ٤٥م، وبعد ثانيتين ٦٠م، وبعد ٣ ثواني ٦٥م، أجد السرعة الابتدائية (أ) ، التسارع (٢ب) ، ارتفاع البناية (جـ).

٢ أجد نقطة تقاطع المستقيم ٢س + ٣ص= ٦ مع المنحنى (٢س + ص)^{٢} + (٢س− ص)^{٢} = ٨

٣ أجد نقطة/ نقط تقاطع المنحنى الذي معادلته (س − ٣ص)^{٢} + (س + ٣ص)^{٢} = ٢٢ مع المنحنى الذي معادلته س^{٢} − ٤ص^{٢} = −٢

٤ أحلّ المعادلة الآتية:

|٤ − س| = ٦ − |س + ٢|

٥ إذا كان ق(س): ٢جا^{٢}س − ٣جاس + ١ = صفر، هـ(س): ظا^{٢}س − $\sqrt{٣}$ ظاس = $\frac{-٢}{٣}$ ،
س ∈ [٠ ، ٢π] أجد مجموعة حل ق(س) ∧ هـ(س).

٦ إذا كانت أ ، ب ، جـ ثلاثة أعداد حقيقية، أثبت أن: أ^{٢} + ب^{٢} + جـ^{٢} ≥ أ ب + أ جـ + ب جـ .

تمارين عامة

١ أضع دائرةً حول رمز الإجابة الصحيحة فيما يأتي:

١ ما العبارة الرياضية التي تكافئ ف فيما يأتي؟

أ) ~ف ب) ف $\wedge$ ~ف جـ) ~(ف ← ~ف) د) ف $\vee$ ~ف

٢ ما المعاكس الإيجابي للعبارة الرياضية ~ف ← ن ؟

أ) ~ف ← ~ن ب) ~ن ← ~ف جـ) ~ن ← ف د) ف ← ن

٣ عند حلّ نظام خطّي مكوّن من ٣ معادلات، كانت مجموعة الحل هي{(-٣ ، ١ ، ع)} ، وكانت إحدى المعادلات هي س- ص + ٣ع = ٨ . ما قيمة ع ؟

أ) ٤ ب) -٤ جـ) $\frac{١}{٣}$ د) ١

٤ ما الزوج المرتب الذي يمثل حلاً للنظام الآتي: س^{٢} - ص^{٢} = ٥ ، س+ ص = ٥ ؟

أ) (-٣ ، -٢) ب) (٣ ، ٢) جـ) (٢ ، ٣) د) (-٢ ، ٣)

٥ ما العددان الموجبان اللذان مجموع مربعيهما يساوي ٥٢ والفرق بين مربعيهما يساوي ٢٠ ؟

أ) ٤ ، ٦ ب) ٨ ، ١٨ جـ) -٨ ، ٦ د) ٨ ، ٤

٦ ما قيمة س التي تحقق المعادلة الآتية: ٨$^{(٥-س)}$ = ١ ؟

أ) - ٥ ب) ٥ جـ) $\frac{١٤}{٣}$ د) - $\frac{١٤}{٣}$

٧ ما قيمة / قيم س التي تحقق المعادلة الآتية: ٢لـو$_{٢}$ س + لـو$_{٢}$ ٤ = ٦ ؟

أ) ±٤ ب) -٤ جـ) ٤ د) $\sqrt{٨}$

٢ ما قيم صواب كل مما يأتي:

أ) (٢≥ ١) ↔ (٣^{٢}= ٦) ب) (٢>١) $\vee$ (٣^{٢} ≠ ٦) جـ) (٣^{٢} ≠ ٦) ← (٢ > ١)

٣ أثبت أن : إذا كان س ≠ ص فإن أ^{س} ≠ أ^{ص} ، حيث أ > ٠ ، أ ≠ ١

٤ أجد قاعدة كثير الحدود من الدرجة الثانية والذي يمر منحناه بالنقاط (١ ، ١) ، (-١ ، -٥) ، (٢ ، ١٠)

٥ نافذة على شكل مستطيل طولها يزيد عن عرضها بمقدار متر واحد، فإذا كان طول قطرها يساوي $\sqrt{٥}$ متراً. يراد تركيب ألومنيوم للنافذة بسعر المتر المربع ٦٠ ديناراً. أجد تكلفة الألومنيوم.

نموذج اختبار

س1: ضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة فيما يأتي:

ما حل المتباينة |٢س -٣| ⩾ ٧ ؟

أ)]-٢، ٥[ب)]-∞ ، -٥]∪[٥، -∞[جـ) [-٢، ٥] د) [-١٠، ١٠]

أي مما يأتي يمثل نقطة تقاطع المستقيم س + ص = ٣ مع المنحنى س٢ - ص٢ = ١٥ ؟

أ) (٤، -١) ب) (-١، ٤) جـ) (٢، ١) د) (-٤، ٧)

أكتب ما يأتي باستخدام مفهوم القيمة المطلقة «المسافة بين ثلاثة أمثال س والعدد ٢».

أ) |٢س - ٣| ب) |٣س - ٢| جـ) |٣س + ٢| د) ٣|س| - ٢

عند حلّ نظام خطّي مكوّن من ٣ معادلات، كانت مجموعة الحل هي{(-٣ ، ١ ، ع)} ، وكانت إحدى المعادلات هي س- ص + ٣ع = ٨ . ما قيمة ع ؟

أ) ٤ ب) -٤ جـ) $\frac{١}{٣}$ د) ١

س٢: أ) حل المعادلة: |س| - ٢س = -١٥

ب) عددان موجبان مجموع مربعيهما ١٠٠، ويزيد ضعفا مربع أحدهما عن مربع الآخر بمقدار ٨ ما العددان؟

س٣: إذا كانت ك ، ل ، م ، ثلاثة أعداد صحيحة موجبة ، وكان باقي قسمة ك على م = باقي قسمة ل على م، أثبت أن ك - ل يقبل القسمة على م.

س٤: حل المعادلة الآتية: $لــو_{٢}س + لــو_{٢}س^{٢} = ٢ لــو_{٢}٢ - ١$

س٥: نافذة على شكل مستطيل طولها يزيد عن عرضها بمقدار متر واحد، فإذا كان طول قطرها يساوي $\sqrt{٥}$ متراً. يراد تركيب ألومنيوم للنافذة بسعر المتر المربع ٦٠ ديناراً. أجد تكلفة الألومنيوم.

انتهت الأسئلة